

VI Encuentro Conjunto RSME-SMM

València, 1-5 de Julio de 2024

Sesión Especial “Ecuaciones en Derivadas Parciales no Lineales y Aplicaciones”

Organizadores:

Briceyda B. Delgado, INFOTEC, Aguascalientes
bricedadelgado@gmail.com

Rosa Pardo, Universidad Complutense de Madrid,
rpardo@ucm.es

Bifurcación de sistemas elípticos con condiciones de frontera subcríticas

Briceyda B. Delgado

Palabras clave: sistemas elípticos, condiciones de frontera no lineales, teoría de bifurcación, teoría de grado

Mathematics Subject Classification 2020: 35J65, 35J61, 35J15

Resumen

Consideramos un sistema de ecuaciones elípticas con condiciones de frontera superlineales y subcríticas, además el sistema posee un parámetro de bifurcación como factor. Combinando el método de reescalado y la teoría de grado, demostramos que existe una rama conexa de soluciones positivas que bifurcan desde el infinito cuando el parámetro tiende a cero.

Además, veremos un resultado de bifurcación global cuando las no linealidades satisfacen condiciones adicionales cerca de cero. Más concretamente, demostraremos que existe una rama conexa de soluciones positivas que bifurcan desde cero, con un único punto de bifurcación desde el infinito cuando el parámetro es cero.

El presente es un trabajo conjunto con Shalmali Bandyopadhyay, Maya Chhetri, Nsoki Mavinga y Rosa Pardo.

Referencias

- [1] S. BANDYOPADHYAY, M. CHHETRI, B. B. DELGADO, N. MAVINGA AND R. PARDO. Bifurcation and Multiplicity Results for Elliptic Problems with Subcritical Nonlinearity on the Boundary. *arXiv* **2105.11890**, 2021.

INFOTEC, Aguascalientes
M-20326, Aguascalientes, México
briceyda.delgado@infotec.mx

Explorando el efecto de los aerosoles en la formación de lluvia mediante modelos matemáticos

Gerardo Hernández Dueñas

Palabras clave: Ecuaciones Boussinesq, Microfísica de nubes, Convección turbulenta

Mathematics Subject Classification 2020: 35Q86, 65M22, 35Q35

Resumen

Por décadas se ha estudiado cómo la contaminación en el aire puede afectar la formación e intensidad de la lluvia. Dichos estudios se han basado en argumentos basados en datos experimentales, pero también en los resultados numéricos de modelos matemáticos que se han desarrollado con ese propósito. Dichos estudios han mostrado que el exceso de aerosoles en la atmósfera puede inhibir, disminuir o incrementar la precipitación. Este es un problema complejo que requiere de la parametrización de procesos físicos que ocurren en escalas espaciales y temporales diversas. En esta charla, presentaremos un modelo simplificado 3D basado en Ecuaciones Diferenciales Parciales, capaz de parametrizar la turbulencia precipitante, incorporando el efecto de la presencia de núcleos de condensación de nube en la condensación. Mediante diferentes simulaciones, mostraremos cómo tanto la concentración como distribución de los núcleos de condensación influyen en la formación e intensidad de la lluvia.

Este es un trabajo en conjunto con Olmo Guerrero Medina [1].

Referencias

- [1] O. GUERRERO MEDINA AND G. HERNÁNDEZ-DUEÑAS. Exploring the excess of cloud condensation nuclei and rain suppression using a minimal three-dimensional Boussinesq model with bulk cloud microphysics. *Physics of Fluids* **36**(4), 1–16, 2024.

Instituto de Matemáticas (IMATE)
M-76230, Querétaro, Mexico
hernandez@im.unam.mx

Comportamiento asintótico en problemas fraccionarios

Víctor Hernández Santamaría

Palabras clave:

Mathematics Subject Classification 2020:

Resumen

Al estudiar modelos descritos por ecuaciones en derivadas parciales, surge una pregunta importante: ¿cómo se comporta el sistema al variar sus parámetros? En esta charla, presentaremos resultados recientes que tratan sobre el comportamiento asintótico de ecuaciones relacionadas con el laplaciano fraccionario. Nos enfocaremos en la transición no local a local del problema, así como en el comportamiento de las soluciones cuando el parámetro fraccionario tiende a cero, lo que da lugar a la aparición de un nuevo operador conocido como el laplaciano logarítmico.

Instituto de Matemáticas (UNAM)
M-04510, Ciudad de México, México
victor.santamaria@im.unam.mx

Torsional rigidity in random walk spaces

José M. Mazón

Palabras clave: Torsion rigidity, random walks, weighted graphs, Saint-Venant inequality, Faber-Krahn inequality

Mathematics Subject Classification 2020: 35K55, 47H06, 47J35

Resumen

This lecture deals with the (nonlocal) torsional rigidity in the ambient space of random walk spaces. We get the relation of the (nonlocal) torsional rigidity of a set Ω with the spectral m -heat content of Ω , what gives rise to a complete description of the nonlocal torsional rigidity of Ω by using uniquely probability terms involving the set Ω ; and recover the first eigenvalue of the nonlocal Laplacian with homogeneous Dirichlet boundary conditions by a limit formula using these probability term. For the random walk in \mathbb{R}^N associated with a non singular kernel, we get a nonlocal version of the Saint-Venant inequality, and, under rescaling we recover the classical Saint-Venant inequality. We study the nonlocal p -torsional rigidity and its relation with the nonlocal Cheeger constants. We also get a nonlocal version of the Pólya-Makai-type inequalities. We relate the torsional rigidity given here for weighted graphs with the torsional rigidity on metric graphs.

Joint work with J. Toledo

Universitat de València
E-46010, Valencia, España
Jose.M.Mazon@uv.es

Estimaciones tipo Schauder en Grupos de Carnot

Isidro Humberto Munive Lima

Palabras clave: Teoría de Regularidad, Ecuaciones Sub-elípticas

Mathematics Subject Classification 2020: 35J60, 35D40

Resumen

El objetivo principal de la plática es presentar estimaciones tipo Schauder cerca de una porción no-característica de la frontera en grupos de Carnot. Nuestra prueba se basa en argumentos inspirados por los trabajos fundamentales de Caffarelli en los 90's y algunas ideas recientes de De Silva y Savin. Este es un trabajo en conjunto con Agnid Banerjee y Nicola Garofalo.

Referencias

- [1] A. BANERJEE, N. GAROFALO & I. H. MUNIVE, Higher order Boundary Schauder Estimates in Carnot Groups, arXiv:2210.12950. Accepted in *Mathematische Annalen*.

- [2] A. BANERJEE, N. GAROFALO & I. H. MUNIVE, Subelliptic Schauder estimates at the boundary of $C^{1,\alpha}$ -domains. *Calc. Var.* (2019) 58: 97. DOI: 10.1007/s00526-019-1531-2.

Universidad de Guadalajara
Centro Universitario de Ciencias Exactas e Ingenierías
Blvd. Gral. Marcelino García Barragán 1421, Olímpica, 44430 Guadalajara, Jal.
isidro.munive@academicos.udg.mx

Positive solutions for slightly subcritical elliptic problems

Rosa Pardo

Palabras clave: Positive solutions, Subcritical nonlinearity, Changing sign weight.

Mathematics Subject Classification 2020: 58E07, 35J20, 35B32.

Resumen

We focus on semilinear elliptic equations involving sign-changing weight function and a nonlinearity of subcritical nature understood in a generalized sense. Using an Orlicz-Sobolev space setting, we consider superlinear nonlinearities which do not have a polynomial growth, and state sufficient conditions guaranteeing the Palais-Smale condition. We study the existence of a bifurcated branch of classical positive solutions, containing a turning point, and providing multiplicity of solutions.

This is a joint work with Mabel Cuesta (Université du Littoral Côte d'Opale).

Referencias

- [1] M. CUESTA AND R. PARDO. Positive solutions for slightly subcritical elliptic problems via Orlicz spaces. *Milan J. Math.*, **90**(1), 229–255, 2022.

Universidad Complutense de Madrid
28040, Madrid, Spain
rpardo@ucm.es

Existence for quasilinear elliptic equations involving asymptotic linear growth operators

Sergio Segura de León

Palabras clave: 1-Laplacian operator, Prescribed mean curvature, Linear growth functional, Functions of bounded variation.

Mathematics Subject Classification 2020: 35J92, 35J93, 35B38

Resumen

This talk is devoted to studying the existence of solutions to problems

$$\begin{cases} -\operatorname{div}(\phi(|\nabla u|)\nabla u) = f(x) & \text{in } \Omega, \\ u = 0 & \text{on } \partial\Omega, \end{cases} \quad (1)$$

where $\Omega \subset \mathbb{R}^N$ is a bounded open set having Lipschitz continuous boundary, $N \geq 2$ and $f \in L^{N,\infty}(\Omega)$. Regarding the function $\phi : \mathbb{R}_+ \rightarrow \mathbb{R}_+$, it satisfies

(ϕ_1) Function $s \mapsto \phi(s)s$ is non-decreasing in \mathbb{R}_+ ;

(ϕ_2) $\lim_{s \rightarrow +\infty} \phi(s)s = 1$;

(ϕ_3) Function $s \mapsto \phi(s)s$ is continuous in $(0, +\infty)$.

Main examples of equations that can be written as in (1) for suitable functions ϕ are:

1. When $\phi(s)s = 1$ for $s > 0$, the operator in (1) becomes the 1-Laplacian.
2. When $\phi(s)s = \frac{s}{\sqrt{1+s^2}}$, we find the prescribed mean curvature operator.

It is well-known that in both cases, a smallness condition on the datum f is necessary to obtain the existence of a solution. Our aim is to identify, in the general case (1), the threshold on the size of the datum so that below this value there exists a solution and above it there does not.

Formally, problem (1) is the Euler-Lagrange equation of minimizing an asymptotic linear growth functional.

This is a joint work with Francescantonio Oliva (Sapienza Università di Roma), Francesco Petitta (Sapienza Università di Roma), Marcos T.O. Pimenta (Universidade Estadual Paulista)

Universitat de València
E-46010, Valencia, España
Sergio.Segura@uv.es

Algunos resultados de control para sistemas de Navier-Stokes acoplados

Luz de Teresa

Palabras clave: Control, sistemas acoplados, Stokes, Navier-Stokes

Mathematics Subject Classification 2020: 76D05, 35Q30, 95B07, 93C10

Resumen

En esta charla presentaremos algunos resultados de control para varias ecuaciones de Stokes y de Navier-Stokes acopladas. Estos resultados generalizan resultados clásicos de Ecuaciones Diferenciales Ordinarias. Estos trabajos son en colaboración con Takéo Takahashi y Yingying Wu-Zhang.

Referencias

- [1] AMMAR-KHODJA, FARID AND BENABDALLAH, ASSIA AND GONZÁLEZ-BURGOS, MANUEL AND DE TERESA, LUZ, Recent results on the controllability of linear coupled parabolic problems: a survey, *Math. Control Relat. Fields*, **1**, (2011),267–306.
- [2] TAKÉO TAKAHASHI, LUZ DE TERESA, YINGYING WU-ZHANG . Controllability results for cascade systems of m coupled N -dimensional Stokes and Navier-Stokes systems by $N - 1$ scalar controls *ESAIM: COCV*, **29** (2023) 31 pp.
- [3] TAKÉO TAKAHASHI, LUZ DE TERESA, YINGYING WU-ZHANG . A Kalman condition for the controllability of a coupled system of Stokes equations *J. Evol. Equ.* **24**, 4 (2024)

Instituto de Matemáticas (UNAM)
M-04510, Ciudad de México, México
ldeteresa@im.unam.mx