

VI Encuentro Conjunto RSME-SMM  
València, 1-5 de Julio de 2024  
**Sesión Especial “Superficies algebraicas y complejas”**

Organizadores:

**Francisco José Monserrat Delpalillo**, Universitat Politècnica de València,  
framonde@mat.upv.es

**Jorge Olivares Vázquez**, CIMAT,  
olivares@cimat.mx

## Distribución límite de exponentes espectrales de Hodge de curvas planas irreducibles

Josep Àlvarez Montaner

**Palabras clave:** Exponentes de Hodge, Distribución

**Mathematics Subject Classification 2020:** 14B05, 14H20

### Resumen

El objetivo de este trabajo es el estudio de la distribución de los exponentes espectrales de Hodge y su comparación con la distribución continua para el caso de curvas planas irreducibles. Damos una fórmula cerrada para la diferencia entre estas dos distribuciones en función de los invariantes numéricos de la curva. También caracterizamos aquellas familias de curvas cuyo límite es la distribución continua y damos intervalos formados por valores dominantes. Este es un trabajo conjunto con Maria Alberich-Carramiñana y Roger Gómez-López.

### Referencias

- [1] M. ALBERICH-CARRAMIÑANA, J. ÀLVAREZ MONTANER AND R. GÓMEZ-LÓPEZ.. Limit distribution of Hodge spectral exponents of irreducible plane curve singularities. *arXiv:2405.04504*.
- [2] P. ALMIRÓN AND M. SCHULZE.. Limit spectral distribution for non-degenerate hypersurface singularities. *C. R. Math. Acad. Sci. Paris* **360**, 699-710, 2022.
- [3] K. SAITO. The zeroes of characteristic function  $\chi_f$  for the exponents of a hypersurface isolated singular point. *Math. Soc. Japan* **1**, 195–218, 1983.

Universitat Politècnica de Catalunya  
08028, Barcelona  
josep.alvarez@upc.edu

# Singularidades de foliaciones en el plano e interpolación algebraica

Antonio Campillo

**Palabras clave:** Foliación, singularidad, esquema singular, polinomios, interpolación

**Mathematics Subject Classification 2020:** 47A16, 65M22, 65P20

## Resumen

El esquema singular de una foliación en el plano proyectivo determina la foliación. El problema de existencia de subesquemas singulares del mínimo grado posible que determinen la foliación presenta diversas conexiones con diversos problemas de interpolación algebraica.

Universidad de Valladolid  
Facultad de Ciencias, 47011 Valladolid, Spain  
Antonio.campillo@uva.es

## Complejidad del conjunto de exponentes de soluciones formales de ecuaciones diferenciales y en q-diferencias: problema local de Poincaré y rango racional.

José M. Cano Torres

**Palabras clave:** rational rank support series solutions, local Poincaré problem

**Mathematics Subject Classification 2020:** 34M25, 39A13

## Resumen

El conjunto de exponentes de una serie de potencias formal  $y(x)$  con exponentes reales solución de una ecuación polinómica diferencial o en q-diferencias  $F(y(x))=0$  debe cumplir ciertas propiedades en relación con el orden y grado de la ecuación. Estudiaremos dos casos: series de Puiseux solución de ecuaciones de orden y grado uno, y series de potencias con exponentes reales de orden y grado arbitrario. En el primer caso, se presenta un resultado relacionado con el problema de Poincaré local: acotar inferiormente la multiplicidad de la ecuación  $F$  en términos de los "factores característicos" (que se deducen de los exponentes característicos) de la serie de Puiseux solución. En el segundo caso, Grigoriev y Singer demostraron que el  $\mathbb{Z}$ -módulo generado por los exponentes de una solución es finito generado. Aquí avanzamos en esa dirección demostrando que su rango racional está acotado por el orden de la ecuación y mostramos la convergencia de aquellas soluciones que alcancen dicha cota. La técnica que utilizaremos será una adaptación del polígono de Newton para este tipo de ecuaciones.

En estos trabajos se ha colaborado con P. Fortuny Ayuso (Univ. Oviedo) y Javier Ribón (Univ. Federal Fluminense, Brasil).

## Referencias

- [1] J. CANO TORRES, P. FORTUNY AYUSO, J. RIBÓN. Complexity of Puiseux solutions of differential and q-difference equations of order and degree one. *Publ. Mat.*, 2024.

- [2] J. CANO TORRES, P. FORTUNY AYUSO. The rational rank of the support of generalized power series solutions of differential and q-difference equations. *Prepublicación*, 2024.
- [3] J. CANO TORRES, P. FORTUNY AYUSO, J. RIBÓN. The local Poincaré problem for irreducible branches. *Rev. Mat. Iberoamericana* **37** (6), 2229–2244, 2021.

Universidad de Valladolid  
 Facultad de Ciencias  
 Paseo Belén 7  
 47011-Valladolid. Spain  
 jcano@uva.es

## Invariantes analíticos de separatrices de foliaciones dicríticas

Oziel Gómez Martínez

**Palabras clave:** Folioaciones dicríticas, invariantes analíticos, clasificación analítica

**Mathematics Subject Classification 2020:** 14H15, 14H20, 32S05, 32S15, 32S65

### Resumen

En la década de 1960, O. Zariski introduce el problema de moduli de ramas planas, que consiste en dar la descripción, bajo equivalencia analítica de la clase de equisingularidad de una rama dada. Este problema estuvo abierto alrededor de 40 años, hasta que en 2011 A. Hefez y M. E. Hernandez dieron un solución completa a este problema. El objeto clave en la solución del problema es el conjunto de valores diferenciales de la rama; este conjunto tiene estructura de semimódulo sobre el semigrupo de la rama. En recientes trabajos de F. Cano, N. Corral y D. Senovilla (ver [1]), se demuestra que este semimódulo es finitamente generado, y se caracterizan los generadores de éste en términos del orden de contacto entre la rama y las foliaciones totalmente dicríticas. Dada una rama consideramos una foliación totalmente dicrítica que tiene como separatriz a dicha rama. El objetivo de esta charla es estudiar bajo qué condiciones sobre esta foliación se puede asegurar que todas las separatrices tienen el mismo semimódulo que la rama dada. Para abordar este problema se extiende la noción de transversalidad polar introducida por O. Gómez (ver [2]), con respecto a una base estándar de la rama. En particular, se presentan algunos resultados que permiten comparar los semimódulos de las separatrices de una foliación totalmente dicrítica.

Éste es un trabajo en desarrollo que se realiza en colaboración con N. Corral y D. Senovilla.

### Referencias

- [1] Cano, F., Corral, N. & Senovilla-Sanz, D. *Analytic Semiroots for Plane Branches and Singular Foliations*. Bull Braz Math Soc, New Series 54, 27 (2023). <https://doi.org/10.1007/s00574-023-00344-w>
- [2] Gómez-Martínez, Oziel. *Zariski Invariant For Non-Isolated Separatrices Through Jacobian Curves of Pseudo-Cuspidal Dicritical Foliations*. Journal of Singularities, 2021, vol. 23, p. 236-270.
- [3] Hefez, A. and Hernandez, M.E, *The analytic classification of plane branches*. Bulletin of the London Mathematical Society. 43(2):289-298, 2011.
- [4] Zariski, O, *The moduli problem for plane branches*. University lecture series AMS, Volume 39 (2006).

Centro de Investigación en Matemáticas (CIMAT)  
Jalisco S/N, Col. Valenciana CP.36023  
Guanajuato, México  
oziel.gomez@cimat.mx

## Estudio de la integrabilidad algebraica de foliaciones planas a través de su extensión a superficies de Hirzebruch

Elvira Pérez Callejo

**Palabras clave:** Foliaciones, integral primera, superficies de Hirzebruch

**Mathematics Subject Classification 2020:** 32S65, 34C05, 14J26

### Resumen

Consideramos foliaciones polinómicas  $\mathcal{F}$  con singularidades aisladas en  $\mathbb{C}^2$ . Presentamos un algoritmo que, dado  $\delta \in \mathbb{Z}_{\geq 0}$ , proporciona una foliación holomorfa  $\mathcal{F}_\delta$  en  $\mathbb{F}_\delta$  tan que la restricción de  $\mathcal{F}_\delta$  a un conjunto abierto dado en  $\mathbb{F}_\delta$  es isomorfa a  $\mathcal{F}$ . A partir del estudio de la foliación extendida  $\mathcal{F}_\delta$  obtenemos algunas condiciones necesarias para que  $\mathcal{F}_\delta$  (y por tanto,  $\mathcal{F}$ ) admita una integral primera racional. Estos criterios se basan en datos obtenidos a partir de la resolución de singularidades dicríticas de  $\mathcal{F}_\delta$ .

Este es un trabajo conjunto con C. Galindo y F. Monserrat.

Esta comunicación es parte de la ayuda PID2022-138906NB-C22, financiada por MICIU/AEI/10.13039/501100011033/ y FEDER/UE y de la ayuda TED2021-130358B-I00, financiada por MCIN/AEI/10.13039/501100011033 y “FEDER Una manera de hacer Europa”, así como de la ayuda GACUJIMB/2023/03 y UJI-B2021-02 financiadas por la Universitat Jaume I.

### Referencias

- [1] CARLOS GALINDO, FRANCISCO MONSERRAT AND ELVIRA PÉREZ-CALLEJO. Algebraic Integrability of Planar Polynomial Vector Fields by Extension to Hirzebruch Surfaces. *Qual. Theory Dyn. Syst.* **21**, 126, 2022.
- [2] E. PÉREZ-CALLEJO. *Algebraic integrability of foliations by extension to Hirzebruch surfaces. Applications to bounded negativity*. PhD thesis, Departament de Matemàtiques, Universitat Jaume I, 2023.

Universitat Jaume I  
Campus de Riu Sec, Departament de Matemàtiques & Institut Universitari de Matemàtiques i Aplicacions de Castelló, 12071, Castellón de la Plana, Spain  
callejo@uji.es

## Moderately Discontinuous Homology of surface singularities

María Pe Pereira

**Palabras clave:** Metric homology, Surface singularities, lipschitz geometry

**Mathematics Subject Classification 2020:** 14B05, 32S05, 32S50, 55N35, 51F99

## Resumen

En [1] introducimos la Homología Moderadamente Discontinua para dar invariantes bilipschitz de singularidades. En esta charla veremos que esta homología sirve para detectar, al menos en muchos casos, que la singularidad no es métricamente cónica.

## Referencias

[1] J. Fernández de Bobadilla, S. Heinze, M. Pe Pereira, E. Sampaio, *Moderately discontinuous homology*, Comm. Pure App. Math.. <https://doi.org/10.1002/cpa.22013>.

Disponible en <https://arxiv.org/pdf/1910.12552.pdf>

Universidad Complutense de Madrid, Instituto de Matemática Interdisciplinar  
28040, Madrid, Spain  
[maria.pe@ucm.es](mailto:maria.pe@ucm.es)

## Una nueva familia de contraejemplos al problema de Poincaré en $\mathbb{P}^2$

Claudia Reynoso Alcántara

**Palabras clave:** pincel, foliación, fibración

**Mathematics Subject Classification 2020:** Primary: 14H50, 32M25

## Resumen

El objetivo principal es mostrar una nueva familia de contraejemplos al clásico problema de Poincaré sobre acotar el grado de la posible primera integral racional de una foliación en  $\mathbb{P}^2$ , en términos del grado de la misma. La novedad de esta familia es que las foliaciones tienen una única singularidad y la fibración asociada es isotrivial. Veremos también algunas propiedades relacionadas con la estabilidad de los pinceles y de las foliaciones (en el sentido de GIT). Este es un trabajo conjunto con Alexis Zamora de la Universidad Autónoma de Zacatecas, en México.

Universidad de Guanajuato  
Guanajuato, México  
[claudia@cimat.mx](mailto:claudia@cimat.mx)