VI Encuentro Conjunto RSME-SMM
València, 1-5 de Julio de 2024
Sesión Especial "Topología en dimensiones bajas"

Organizadores:
Bruno A. Cisneros de la Cruz, Unidad Oaxaca del Instituto de Matemáticas de la UNAM, bruno@im.unam.mx
Sergio García Rodrigo, Universidad Autónoma de Madrid, sergio.garciar@uam.es
Fabiola Manjarrez Gutiérrez, Instituto de Matemáticas de la UNAM Unidad Cuernavaca, fabiola.manjarrez@im.unam.mx

Suma de 2-asas que producen variedades toroidales

Luis Celso Chan Palomo

Palabras clave: Suma de 2-asas, pendientes degeneradas, suma de 2-asas toroidales

Mathematics Subject Classification 2020: 57M15, 57M50

Resumen

Sea M una 3-variedad compacta, conexa y orientable y sea F una componente en la frontera de género al menos dos. Sea α una pendiente, es decir, una clase de isotopía de una curva simple cerrada en F y denote por $M[\alpha]$ la nueva 3-variedad obtenida al pegar una 2-asa a M a lo largo de una vecindad regular de un representante de α en F. Cuando M es simple, es decir, M no contiene esferas, toros, anillos o discos esenciales pero $M[\alpha]$ no es simple, se dice que α es degenerada. Para dos pendientes α y β, denote por $\Delta(\alpha, \beta)$ el número mínimo de intersección geométrica entre las clases de isotopía de α y β. In 1993, Scharlemann y Wu conjecturaron que $\Delta(\alpha, \beta) \leq 5$ cuando α y β son pendientes degeneradas. En esta plática vamos a construir el primer ejemplo de una 3-variedad simple M con dos pendientes separantes α y β sobre una componente en la frontera F de género cuatro tal que $M[\alpha]$ y $M[\beta]$ contienen un toro esencial y $\Delta(\alpha, \beta) = 12$. En particular, esto implica que la conjetura de Scharlemann y Wu es falsa. Este es un trabajo conjunto con el Dr. Mario Eudave-Muñoz.

Referencias

[1] Chan-Palomo. 2-handle additions producing toroidal and reducible manifolds. *Topology Appl.* **320**(1), https://doi.org/10.1016/j.topol.2022.108236, 2022.

[2] Chan-Palomo and Eudave-Muñoz. A manifold realizing toroidal 2-handle additions at distance 12. *Preprint.*

Universidad Autónoma de Yucatán
Yucatán, México
chpalomo@correo.uady.mx

Borde de estratos equisimétricos de superficies hiperbolicas con grupo de isometrías abeliano

Raquel Díaz

Palabras clave: Superficies hiperbólicas anodadas, espacio de moduli

Mathematics Subject Classification 2020: 32G15, 57M12

Resumen

El espacio de moduli de una superficie (de género mayor o igual que 2) parametriza todas las estructuras hiperbólicas que admite. Dentro de este espacio Broughton [1] consideró lugares equisimétricos, consistentes en las estructuras hiperbólicas equivariantes por acción de un cierto grupo. Por otra parte, el espacio de moduli admite una compactificación (compactificación de Deligne-Mumford) que consiste en añadir *estratos estables* correspondientes a superficies hiperbólicas anodadas, es decir, donde alguna multicurva tiene longitud cero.

El objetivo de la charla es determinar los estratos estables que aparecen en el borde de cada lugar equisimétrico, que esencialmente consiste en determinar la preimagen de una multicurva de un 2-orbifold bajo una cubierta ramificada. El procedimiento general se describe en un trabajo previo de los autores [2]. En esta charla concretaremos este procedimento a casos especiales, como son las acciones p-ádicas, la hiperelíptica o acciones abelianas.

Este es un trabajo en curso [3], en colaboración con con Víctor González-Aguilera, de la UTFSM, Santiago, Chile.

Referencias

[1] S. L. Broughton The equisymmetric stratification of the moduli space and the Krull dimension of mapping class groups. *Topology and its applications* **37** 101–113, 1990.

[2] R. Díaz and V. González-Aguilera. Limit points of the branch locus of $\mathcal{M}_g$. *Adv. Geom.* **19**(4), 505–526, 2019.

[3] R. Díaz and V. González-Aguilera. Boundary of equizymmetric loci of hyperbolic surfaces with abelian symmetry. *en preparación*

Universidad Complutense de Madrid
Ciudad Universitaria, 28040 Madrid, Spain
radiaz@ucm.es

El número de tránsito de un nudo

Mario Eudave Muñoz

Palabras clave: nudo, número de tránsito, doble cubierta ramificada

Mathematics Subject Classification 2020: 57K10, 57M12

Resumen

Sea K un nudo en la 3-esfera y sean τ_1, τ_2, $\ldots$, τ_n arcos simples en S^3 cuyos extremos están en K. Sea N una vecindad regular de $K \cup \tau_1 \cup \tau_2, \cdots \cup \tau_n$. Decimos que K es persistente en N si no existe una homotopía de K en N que lo convierta al nudo trivial de S^3. Por otro lado decimos que K es transitorio en N si hay una homotopía de K en N que lo transforma en el nudo trivial. Dado un nudo K es posible encontrar n arcos simples y una vecindad N tal que K es transitorio en N, y al mínimo número n de tales arcos, se le llama el número de tránsito de K. Este es un invariante definido por Yuya Koda and Makoto Ozawa [2]. No es difícil ver que $tr(K) \leq u(K)$ y $tr(K) \leq t(K)$, donde $u(K)$ es el número de desanudamiento de K y $t(K)$ es el número de túneles de K. El objetivo de este trabajo [1] es dar cotas inferiores para el número de tránsito de un nudo K en términos del número de generadores del primer grupo de homología de las cubiertas cíclicas ramificada de K. Usando estas cotas determinamos el número de tránsito de muchos nudos de las tablas de hasta 12 cruces y probamos que hay nudos con número de tránsito arbitrariamente grande. Este es un trabajo conjunto con Joan Carlos Segura Aguilar.

Referencias

[1] M. Eudave-Muñoz and J.C. Segura-Aguilar. On the transient number of a knot. Preprint, arXiv:2307.14622 [math.GT], 2023.

[2] Y. Koda and M. Ozawa. Knot homotopy in subspaces of the 3-sphere. *Pac. J. Math.* **282**(2), 389–414, 2016.

Instituto de Matemáticas, Unidad Cuernavaca
Universidad Nacional Autónoma de México
Campus Morelos
Cuernavaca, Morelos, México
mario@im.unam.mx

Sobre el determinante de nudos alternantes derivados de poliedros básicos

María de los Ángeles Guevara Hernández

Palabras clave: Determinante, nudo alternante, región complementaria, árbol de expansión

Mathematics Subject Classification 2020: 57K10

Resumen

En esta plática, estudiaremos el comportamiento del determinante de una clase de nudos alternantes. Al considerar los diagramas reducidos de estos nudos como gráficas en S^2 solo hay regiones complementarias con tres o más lados, es decir, sin bigonos. Se sabe que todos los nudos alternantes de hasta doce cruces con esta propiedad tienen su determinante mayor al de los nudos sin está propiedad y con el mismo número de cruces. Además, se ha conjeturado que el nudo con el determinante máximo entre los nudos con el mismo número de cruces no tiene bigonos. Sin embargo, en esta plática daremos una familia de nudos sin bigonos cuyo determinante es menor que el determinante de nudos con bigonos y con el mismo número de cruces. Además, daremos un método para obtener el número de árboles de expansión de ciertas gráficas considerando su conectividad y con ello enunciamos una fórmula para obtener el determinante de los correspondientes nudos alternantes. Este es un trabajo conjunto con Mario Eudave.

CONAHCYT
México
guevarahernandez.angeles@gmail.com

Curvatura total y área de 2-nudos cubulados

Gabriela Hinojosa

Palabras clave: 2-nudos, cubulación, curvatura, área

Mathematics Subject Classification 2020: 57Q15, 57Q35, 57Q05

Resumen

Decimos que un 2-nudo cubulado K^2 es un encaje de la 2-esfera en el 2-esqueleto de la cubulación canónica de $\mathbb{R}^4$; en particular, K^2 es la unión de $m(K^2)$ cuadrados unitarios, de aquí que $m(K^2)$ es su área. En esta plática abordaremos la pregunta: ¿Cuál es el área más pequeña necesaria para que un 2-nudo cubulado esté anudado? Este es un trabajo conjunto con Juan José Catalán.

Referencias

[1] T. Banchoff. Critical Points and Curvature for Embedded Polyhedra. *Journal of Differential Geometry,* **1**, 245–256, 1967.

[2] T. Banchoff. Critical Points and Curvature for Embedded Polyhedral Surfaces. *The American Mathematical Monthly,* **77**(5), 475–485, 1970.

[3] J. P. Díaz, G. Hinojosa, R. Valdez, A. Verjovsky. Smoothing closed gridded surfaces embedded in $\mathbb{R}^4$. *Journal of Knot Theory and Its Ramifications,* **27**(12), 1850065, 2018.

[4] J. Milnor. On the total curvature of knots. *Annals of Mathematics,* **53**(2), 248–257, 1950.

Universidad Autónoma del Estado de Morelos,
Av. Universidad 1001. Col. Chamilpa.
62209, Cuernavaca, Morelos, México
gabriela@uaem.mx

Knots, Khovanov homology and torsion patterns

Pedro M. G. Manchón

Palabras clave: Knots, links, Khovanov homology, torsion patterns

Mathematics Subject Classification 2020: 57K10, 57K18

Resumen

After a quick and visual walk through knot theory, I will explain what Khovanov homology is and recall some open questions about the presence of torsion in this homology. Finally I will present a pattern that allows determining specific elements of torsion. Joint work with Raquel Díaz (UCM).

Departamento de Matemática Aplicada a la Ingeniería Industrial
ETSIDI - Universidad Politécnica de Madrid
E-28012, Madrid, Spain
pedro.gmanchon@upm.es

Variedades y esquemas de caracteres en $\mathrm{SL}_2(\mathbb{C})$

Joan Porti

Palabras clave: Representation variety, character variety

Mathematics Subject Classification 2020: 57K31

Resumen

Dado un grupo de tipo finito Γ, estudiamos la diferencia entre la variedad y el esquema de representaciones y caracteres de Γ en $\mathrm{SL}_2(\mathbb{C})$. En particular: (1) justificamos, en términos de geometría y topología de 3-variedades, por qué mirar esquemas (afines) y no sólo variedades y (2) adaptamos un algoritmo de González-Acuña y Montesinos-Amilibia para variedades al caso de esquemas [1]. No se requiere ningún conocimiento de esquemas, simplemente vamos a distinguir un punto doble, definido por $x^2 = 0$, de un punto simple, $x = 0$. Éste es un trabajo conjunto con Mi. Heusener de Clermont Ferrand [2].

Referencias

[1] F. González-Acuña and J.M. Montesinos-Amilibia. On the character variety of group representations in $\mathrm{SL}(2, \mathbf{C})$ and $\mathrm{PSL}(2, \mathbf{C})$. *Math. Z.* **214**(4), 627–652, 1993.

[2] M. Heusener and J. Porti. The scheme of characters in SL_2. *Trans. Amer. Math. Soc.* **376**(9), 6283–6313, 2023.

Departament de Matemàtiques, Universitat Autònoma de Barcelona, and Centre de Recerca Matemàtica (UAB-CRM)
08193 Cerdanyola del Vallès, Spain
joan.porti@uab.cat

Una nueva obstrucción a la positividad de nudos y enlaces

Marithania Silvero

Palabras clave: Homología de Khovanov, enlaces positivos, enlaces fibrados, nudos L-espaciales

Mathematics Subject Classification 2020: 57K10; 57K14, 57K16

Resumen

La homología de Khovanov es un invariante de enlaces que categorifica el polinomio de Jones. En esta charla se presentarán algunos resultados sobre la homología de Khovanov de nudos fibrados positivos; en particular, se extenderá un resultado de Stosic que sostiene que la homología de Khovanov de los nudos que son clausura de una trenza positiva es trivial en grado homológico uno. También se expondrán algunos resultados sobre la homología de Khovanov de ciertas familias de enlaces cables, y se presentarán evidencias sobre la posibilidad de extender dichos resultados a la

familia de enlaces L-espaciales. Se trata de un trabajo conjunto con M. Kegel, N. Manikandan y L. Mousseau.

Universidad de Sevilla
Facultad de Matemáticas - Avda. Reina Mercedes, Sevilla, Spain
marithania@us.es