

VI Encuentro Conjunto RSME-SMM  
València, 1-5 de Julio de 2024  
**Sesión Especial “Álgebra Conmutativa”**

Organizadores:

**Josep Alvarez Montaner**, Universitat Politècnica de Catalunya,  
josep.alvarez@upc.edu

**Angélica Benito**, Universidad Autónoma de Madrid,  
angelica.benito@uam.es

**Luis Núñez-Betancourt**, CIMAT,  
luisnub@cimat.mx

## Umrales $F$ -puros y $F$ -Volúmenes de algunos ideales no principales.

Wáagner Badilla-Céspedes

**Palabras clave:** Umrales  $F$ -puros,  $F$ -volúmenes, poliedro de Newton y politopo de escisión.

**Mathematics Subject Classification 2020:** Primaria 13A35; Secundaria 14B05, 14M25

### Resumen

En esta charla hablaremos sobre el cálculo del umbral  $F$ -puro de ideales no necesariamente principales que satisfacen una condición geométrica sobre su poliedro de Newton. También platicaremos sobre evidencia a favor de la igualdad conjeturada entre el umbral  $F$ -puro y el umbral log canónico de ideales. Estos resultados se obtienen generalizando la teoría del politopo de escisión de un polinomio al caso de ideales. Como aplicaciones de estos resultados, se obtienen cotas inferiores de carácter geométrico para el  $F$ -volumen. Este es un trabajo conjunto con Edwin León-Cardenal.

### Referencias

- [1] CARLES BIVIÀ-AUSINA, TOSHIZUMI FUKUI, AND MARCELO JOSÉ SAIA, Newton filtrations, graded algebras and codimension of non-degenerate ideals, *Math. Proc. Cambridge Philos. Soc.*, 133(1):55–75, 2002.
- [2] WÁGNER BADILLA-CÉSPEDES, LUIS NÚÑEZ-BETANCOURT, AND SANDRA RODRÍGUEZ-VILLALOBOS,  $F$ -volumes, *J. Algebra*, 595:14–37, 2022.
- [3] DANIEL J. HERNÁNDEZ,  $F$ -purity versus log canonicity for polynomials, *Nagoya Math. J.*, 224(1):10–36, 2016.
- [4] MIRCEA MUSTAŢĂ, SHUNSUKE TAKAGI, AND KEI-ICHI WATANABE,  $F$ -thresholds and Bernstein-Sato polynomials, In *European Congress of Mathematics*, pages 341–364. Eur. Math. Soc., Zürich, 2005.
- [5] TAKAFUMI SHIBUTA AND SHUNSUKE TAKAGI, Log canonical thresholds of binomial ideals, *Manuscripta Math.*, 130(1):45–61, 2009.

Centro de Ciencias Matemáticas - UNAM Campus Morelia  
Antigua Carretera a Pátzcuaro 8701  
Col. Ex Hacienda San José de la Huerta  
Morelia, Michoacán, México  
C.P. 58089  
wagner@matmor.unam.mx

## Multiplicidades mixtas y umbrales log-canónicos de ideales

Carles Bivià-Ausina

**Palabras clave:** Multiplicidades mixtas, clausura entera de módulos, umbral log-canónico, exponente de Łojasiewicz

**Mathematics Subject Classification 2020:** 47A16, 65M22, 65P20

### Resumen

Sea  $\mathcal{O}_n$  el anillo de gérmenes de funciones holomorfas  $(\mathbb{C}^n, 0) \rightarrow \mathbb{C}$ . Mostramos una cota inferior para el umbral log-canónico  $\text{lct}(I)$  de un ideal de colongitud finita  $I$  de  $\mathcal{O}_n$  expresada en términos de la familia de multiplicidades mixtas del mismo. Probamos una caracterización de la igualdad cuando  $\text{lct}(I) = \text{lct}(I^0)$ , donde  $I^0$  denota el ideal monomial de  $\mathcal{O}_n$  determinado por el poliedro de Newton de  $I$ . Conectamos también el problema del cálculo de  $\text{lct}(I)$  con la secuencia de exponentes de Łojasiewicz mixtos  $I$  y su cálculo efectivo cuando la clausura entera de  $I$  es monomial. Mostraremos también las conexiones entre los exponentes de Łojasiewicz y la clausura entera de submódulos de  $\mathcal{O}_n^p$ . Parte de los resultados que mostraremos se encuentran recogidos en [1, 2, 3].

### Referencias

- [1] C. BIVIÀ-AUSINA. The sequence of mixed Łojasiewicz exponents associated to pairs of monomial ideals. *J. Algebra* **550**, 108–141, 2020.
- [2] C. BIVIÀ-AUSINA. Log canonical threshold and diagonal ideals. *Proc. Amer. Math. Soc.* **145**(5), 1905–1916, 2017.
- [3] C. BIVIÀ-AUSINA AND T. FUKUI. Invariants for bi-Lipschitz equivalence of ideals. *Q. J. Math.* **68**(3), 791–815, 2017.

Universitat Politècnica de València  
Camí de Vera, s/n, 46022, Valencia, España  
carbivia@mat.upv.es

## Funciones orden y aplicaciones a resolución de singularidades

Ana Bravo

**Palabras clave:** Función asintótica de Samuel, multiplicidad, clausura entera, singularidades

**Mathematics Subject Classification 2020:** 13B22, 13H15

## Resumen

Cuando trabajamos con variedades inmersas en esquemas lisos sobre cuerpos de característica cero, la función orden, que mide la intensidad de anulación de una función en un punto, juega un papel crucial a la hora de definir funciones de resolución constructiva de singularidades. Su uso, sin embargo, obliga a elegir inmersiones locales (frecuentemente en topología étale), lo que conlleva tener que demostrar que las funciones de resolución obtenidas no dependen de la inmersión escogida. En esta charla hablaremos sobre el uso de funciones orden y sus propiedades en el contexto de anillos excelentes equidimensionales. En el caso particular de los anillos de puntos singulares de una variedad algebraica, veremos que estas funciones orden también nos permiten definir algunos invariantes de resolución sin necesidad del uso de inmersiones en esquemas lisos. Estos resultados se encuentran en trabajos conjuntos con A. Benito, S. Encinas y J. Guillán-Rial.

## Referencias

- [1] A. BENITO, A. BRAVO, S. ENCINAS. The Asymptotic Samuel function and applications to resolution. En preparación.
- [2] A. BRAVO, S. ENCINAS, J. GILLÁN-RIAL. On some properties of the Asymptotic Samuel function. Preprint: arXiv2307.11489v1.

Universidad Autónoma de Madrid e ICMAT (CSIC-UAM-UCM-UC3M)  
Campus de Cantoblanco 28049 Madrid  
ana.bravo@uam.es

## Extensiones puramente inseparables de anillos

Celia del Buey de Andrés

**Palabras clave:** Extensiones puramente inseparables, Operadores diferenciales

**Mathematics Subject Classification 2020:** 13B10, 13N10

## Resumen

Las extensiones puramente inseparables de cuerpos han sido ampliamente estudiadas en el contexto del Álgebra Conmutativa. Esencialmente, decimos que una extensión de cuerpos  $K \subset L$  es *puramente inseparable* si existe algún entero  $e \geq 0$  tal que  $L^{p^e} \subset K$ . Entre las extensiones finitas de cuerpos podemos caracterizar las puramente inseparables como aquellas extensiones finitas  $K \subset L$  tales que si  $\bar{K}$  es una clausura algebraica de  $K$ , entonces  $L \otimes_K \bar{K} \cong \bar{K}[X_1, \dots, X_n] / \langle X_1^{p^{e_1}}, \dots, X_n^{p^{e_n}} \rangle$  para algunos  $e_i > 0$ . Veremos que esta condición nos permite extender la noción de extensión puramente inseparable al contexto de anillos.

Más concretamente, diremos que una extensión finita de anillos  $A \subset C$  es *puramente inseparable* si  $C$  es una  $A$ -álgebra de presentación finita y para cada ideal primo  $\mathfrak{p} \subset A$  existe un homomorfismo de anillos fielmente plano  $A_{\mathfrak{p}} \rightarrow A'$  tal que  $C_{\mathfrak{p}} \otimes_{A_{\mathfrak{p}}} A'$  es isomorfo a una  $A'$ -álgebra de la forma  $A'[X_1, \dots, X_n] / \langle X_1^{p^{e_1}}, \dots, X_n^{p^{e_n}} \rangle$  para ciertos  $e_i > 0$ . Estas extensiones han sido estudiadas previamente por otros autores como S. Yuan ([1]), F. Pauer ([2]) o P.S. Sancho de Salas ([3]).

El objetivo principal de esta comunicación es recopilar distintas caracterizaciones de extensiones de anillos puramente inseparables y presentar una nueva caracterización de esta clase de extensiones en términos de los módulos de operadores diferenciales. Este es un trabajo conjunto, aún en proceso de redacción, con Diego Sulca.

## Referencias

- [1] S. YUAN. Finite dimensional inseparable algebras. *Trans. Amer. Math. Soc.* **150**(2), 577–587, 1970.
- [2] F. PAUER. Spezielle algebren und transitive operationen *Math Z.* **160**, 103–134, 1978.
- [3] P. S. DE SALAS. Differentially homogeneous algebras *Journal of Algebra* **216**(2), 620–640, 1999.

Universidad Autónoma de Madrid  
Departamento de Matemáticas, Madrid, Spain  
celia.delbuey@uam.es

## Ideales primos de Moh en característica diferente de cero

Laura González

**Palabras clave:** Ideales primos, Anillo de series formales, Mínimo número de generadores

**Mathematics Subject Classification 2020:** 13A17, 13F25, 13H05

## Resumen

Sea  $K$  un cuerpo y sea  $P_n = \ker \rho_n$  el núcleo del morfismo de  $K$ -álgebras  $\rho_n : K[[x, y, z]] \rightarrow K[[t]]$  definido por T.T. Moh en [1]. En esta charla vamos a ver cómo el número mínimo de generadores de  $P_n$  depende de la característica del cuerpo  $K$ . Nuestra demostración entra en contradicción con la argumentación dada por J. D. Sally en [2]. Trabajo realizado conjuntamente con F. Planas-Vilanova.

## Referencias

- [1] T.T. MOH. On the unboundedness of generators of prime ideals in power series rings of three variables. *J. Math. Soc. Japan* **26**, 722–734, 1974.
- [2] J. D. SALLY. *Numbers of generators of ideals in local rings*. Marcel Dekker, Inc., New York-Basel, 1978.

Departament de Matemàtiques, Universitat Politècnica de Catalunya.  
Diagonal 647, ETSEIB, E-08028 Barcelona. Spain.  
laura.gonzalez.hernandez@upc.edu

## Sobre una formula de suspensión para funciones zeta de Denef y Loeser

Manuel González Villa

**Palabras clave:** funcion zeta motivica local, función zeta topológica local

**Mathematics Subject Classification 2020:** 14B05, 14E15, 32S50

## Resumen

Generalizamos las fórmulas para la función zeta topológica local de la suspensión por dos puntos de Artal-Bartolo et al. para el caso motivico y una cantidad arbitraria de puntos.

Centro de Investigación en Matemáticas. De Jalisco s/n, Valenciana, 36023  
Universidad de Zaragoza, C. Pedro Cerbuna 12, 50009, Zaragoza, España.  
manuel.gonzalez@cimat.mx

## Teoría de Códigos vía Álgebra Conmutativa

Yuriko Pitones Amaro

**Palabras clave:** Función de Hilbert, códigos, distancia mínima

**Mathematics Subject Classification 2020:** 47A16, 65M22, 65P20

## Resumen

En esta plática hablaremos sobre algunos conceptos relevantes en teoría de códigos. En particular, se describirá su interpretación en términos de invariantes algebraicos, como la multiplicidad de Hilbert-Samuel y los números de Betti. De esta interpretación surgen relaciones interesantes con otros invariantes, lo que motiva el desarrollo de conceptos de la teoría de códigos en estructuras algebraicas más generales. Se mostrarán algunos avances de esta propuesta en anillos reducidos y Gorenstein. Los resultados presentados están inspirados en trabajos conjuntos con C. Espinosa y L. Núñez-Betancourt.

## Referencias

- [1] C. ESPINOSA-VALDÉS, L. NÚÑEZ-BETANCOURT, AND Y. PITONES. Regularity index of the generalized minimum distance function. *Journal of Pure and Applied Algebra* **227**(7), 2023.

Universidad Autónoma Metropolitana México  
ypitones@xanum.uam.mx

## No se habla de Frobenius: Redefiniendo F-umbrales

Sandra Rodríguez Villalobos

**Palabras clave:** Singularidades, F-umbrales, BCM-umbrales

**Mathematics Subject Classification 2020:** 13A35, 14B05

## Resumen

El endomorfismo de Frobenius juega un papel muy importante en el estudio de singularidades en característica prima. Sin embargo, esta función no es un homomorfismo en otras características. Para poder traducir entre características y para poder extender conceptos a característica mixta, es útil describir los invariantes que conocemos en característica prima sin utilizar el morfismo de Frobenius, para lo cual podemos utilizar herramientas como álgebras Cohen-Macaulay grandes. En esta charla, discutiremos dos invariantes que se usan para estudiar singularidades en característica prima, los ideales de prueba y los F-umbrales, y cómo describirlos sin usar el morfismo de Frobenius. Este es un trabajo conjunto con Karl Schwede.

University of Utah  
Utah, USA  
rodriguez@math.utah.edu