

VI Encuentro Conjunto RSME-SMM
València, 1-5 de Julio de 2024
Sesión Especial “Teoría de operadores y problemas inversos”

Organizadores:

Francisco Javier García Pacheco, Universidad de Cádiz,
garcia.pacheco@gm.uca.es

Vladislav Kravchenko, Cinvestav,
vkravchenko@math.cinvestav.edu.mx

Fernando León Saavedra, Universidad de Cádiz,
fernando.leon@uca.es

Stirling y otras fórmulas obtenidas mediante familias de Khinchin

Alicia Cantón

Palabras clave: Familias de Khinchin, asintótico de coeficientes

Mathematics Subject Classification 2020: 30B10, 30E15

Resumen

Una serie de potencias no constante, f , de coeficientes reales no negativos con radio de convergencia R , determina una familia de variables aleatorias discretas, $(X_t)_{t \in (0, R)}$, llamada familia de Khinchin de f .

Hayman, en [1], relaciona los coeficientes de f con medias de las funciones características de su familia de Khinchin normalizada y, bajo ciertas condiciones de f que aseguran la convergencia de esas medias cuando $t \uparrow R$, obtiene el comportamiento asintótico de los coeficientes de f .

En esta charla repasaremos el trabajo de Hayman que recupera de manera sencilla la fórmula de Stirling y damos nuevas condiciones para funciones de la forma $f = e^g$ para las que la fórmula de Hayman permite conocer el crecimiento asintótico de sus coeficientes. En particular, se mostrará cómo se puede obtener la fórmula de Hardy-Ramanujan del asintótico de las particiones de los números naturales.

Este es un trabajo conjunto con José Luis Fernández, Pablo Fernández y Víctor Maciá.

Referencias

- [1] W. K. HAYMAN. A generalisation of Stirling’s formula. *J. Reine Angew. Math.* **196**, 67–95, 1956.

Universidad de Politécnica de Madrid
E-28040, Madrid, Spain
alicia.canton@upm.es

Campos de Beltrami y operadores de transmutación

Briceyda B. Delgado

Palabras clave: campos de Beltrami, operadores de transmutación, bicuaternios

Mathematics Subject Classification 2020: 35A22, 30G35, 35Q60

Resumen

Existe una forma clásica de construir campos de Beltrami a través de soluciones de la ecuación de Helmholtz que adicionalmente tienen divergencia nula. En esta charla, veremos algunas formas alternativas de construir a dichos campos, utilizando principalmente un operador de transmutación biquaterniónico definido en [1] así como la expresión explícita de las potencias formales asociadas a la función $f(x) = e^{i\lambda x}$ [2]. Por último, nos enfocaremos en una clase particular de campos de Beltrami y resolveremos un problema de valor en la frontera de tipo Neumann [3].

Referencias

- [1] V. V. KRAVCHENKO, P. E. MOREIRA AND R. M. PORTER, Complete Systems of Beltrami Fields Using Complex Quaternions and Transmutation Theory. *Adv. Appl. Clifford Algebras* **31**, 31 2021.
- [2] J. MORAIS, P. E. MOREIRA, R. M. PORTER, Formula of some integrals containing Bessel functions using transmutation theory. Preprint.
- [3] P. E. MOREIRA, B. B. DELGADO, On the construction of Beltrami fields and associated boundary value problems. Submitted to *Adv. Appl. Clifford Algebras*, 2024.

INFOTEC
M-20326, Aguascalientes, México
briceyda.delgado@infotec.mx

On uniform spaces and topological modules

Francisco Javier García Pacheco

Palabras clave: uniform space, topological module, topological ring

Mathematics Subject Classification 2020: 46H25, 16W80

Resumen

The extremal structure of zero-neighbourhoods of a topological module is analyzed reaching unexpected conclusions when the module topology is not Hausdorff. These results motivate us to introduce the notion of metric modules, which are modules endowed with a translation-invariant metric, turning them into an (additive) topological group. We study the central and diametral points of additively symmetric subsets and find examples of convex sets which are not symmetric translates (translates of additively symmetric subsets). As a consequence of all of these, it seems natural to transport the well-known Bishop-Phelps property from the category of real topological vector spaces to general topological modules over topological rings. Then we stick to particular topological rings, the unital C^* -algebras, showing that the subset of positive elements lying below the unity is an effect algebra. We also prove that every continuous linear operator on a Hausdorff

locally convex topological vector space that commutes with all continuous linear projections of one-dimensional range is a multiple of the identity. Then we discuss how to transport the previous result to C^* -algebras. Finally, the Chain Rule is proved in the setting of topological modules over topological rings for uniformly differentiable functions on bounded sets.

Referencias

- [1] F.J. GARCÍA-PACHECO, Topological Modules Geometry, *Journal of Mathematical Sciences*, **280**(1), 117—130, 2023.
- [2] F.J. GARCÍA-PACHECO The Chain Rule in Topological Modules, *Preprint*, 2024.

Departamento de Matemáticas
Universidad de Cádiz Escuela Superior de Ingeniería
Avda. de la Universidad 10
Puerto Real 11519, España
garcia.pacheco@uca.es

Soluciones de Jost, dispersión y la realización del método de dispersión inversa

Vladislav V. Kravchenko

Palabras clave: dispersión, solución de Jost, Korteweg - de Vries equation

Mathematics Subject Classification 2020: 34L25, 35Q53, 34A45, 34A55

Resumen

Se presentan representaciones en series para las soluciones de Jost de la ecuación de Schrödinger unidimensional [1], [2]. Varias características particulares las hacen especialmente convenientes para la solución tanto de los problemas espectrales directos en intervalos infinitos [3], como de los problemas inversos correspondientes [1], [4]. Mediante el uso de las representaciones se logró la realización del método de dispersión inversa para la solución del problema de Cauchy para la ecuación de Korteweg - de Vries [5]. En la plática hablaremos de estos desarrollos y trabajos relacionados.

Referencias

- [1] V. V. KRAVCHENKO On a method for solving the inverse scattering problem on the line. *Math Meth Appl Sci.*, **42** , 1321-1327, (2019).
- [2] V.V. KRAVCHENKO, Direct and inverse Sturm-Liouville problems: A method of solution, *Birkhäuser, Cham*, (2020).
- [3] B. B. DELGADO, K. V. KHMELNYTSKAYA, V. V. KRAVCHENKO A representation for Jost solutions and an efficient method for solving the spectral problem on the half line. *Math Meth Appl Sci.* **43** , 9304–9319, (2020).
- [4] B. B. DELGADO, K. V. KHMELNYTSKAYA, V. V. KRAVCHENKO, The transmutation operator method for efficient solution of the inverse Sturm-Liouville problem on a half-line. *Math Meth Appl Sci.* **42** ,7359–7366, (2019).

- [5] S. M. GRUDSKY, V. V. KRAVCHENKO, S. M. TORBA, Realization of the inverse scattering transform method for the Korteweg-de Vries equation. *Math Meth Appl Sci.* **46**, 9217-9251, (2023).

Departamento de Matemáticas
Centro de Investigación y de Estudios Avanzados del Instituto Politécnico Nacional, Querétaro
México
vkravchenko@math.cinvestav.edu.mx

Operadores con conmutante y doble conmutante mínimo

Fernando León Saavedra

Palabras clave: Conmutante mínimo, propiedad del doble conmutante, Operadores de composición, operadores Toeplitz analíticos

Mathematics Subject Classification 2020: 47B35, 47B38, 30J05

Resumen

Un operador T , definido en un espacio de Hilbert, se dice que tiene conmutante mínimo cuando su conmutante coincide con el cierre, en la topología débil de operadores (wot), de los polinomios en T . Y se dice que su doble conmutante es mínimo o que tiene la propiedad del doble conmutante si su doble conmutante coincide con el cierre wot, de los polinomios en T . Se estudian estas propiedades en varias clases de operadores naturales como operadores de composición ([2, 3]) y operadores de Toeplitz analíticos ([1]), definidos en el espacio de Hardy $H^2(\mathbb{D})$.

Referencias

- [1] M.J. GONZÁLEZ, F. LEÓN-SAAVEDRA Minimal commutant and double commutant property for analytic Toeplitz operators *Preprint*, 1–27, 2024
- [2] M. LACRUZ, MIGUEL, F. LEÓN-SAAVEDRA, S. PETROVIC, AND L. RODRÍGUEZ-PIAZZA Composition operators with a minimal commutant, *Adv. Math.* **328**,890–927, 2018
- [3] M. LACRUZ, F. LEÓN-SAAVEDRA, S. PETROVIC, AND L. RODRÍGUEZ-PIAZZA The double commutant property for composition operators, *Collectanea Math.* **70**, 3 , 501–532, 2019.

Departamento de Matemáticas
Universidad de Cádiz
Facultad de Ciencias Sociales y de la Comunicación
Avda. de la Universidad s/n
Jerez de la Frontera, 11405, España
fernando.leon@uca.es