

VI Encuentro Conjunto RSME-SMM
València, 1-5 de Julio de 2024
Sesión Especial “Polinomios Ortogonales y Funciones Especiales”

Organizadores:
Luis E. Garza, Universidad de Colima,
luis_garza1@ucol.mx
Edmundo J. Huertas, Universidad de Alcalá,
edmundo.huertas@uah.es
Manuel Mañas, Universidad Complutense de Madrid,
manuel.manas@ucm.es

Polinomios ortogonales múltiples discretos.

Itsaso Fernández-Irisarri

Palabras clave: Ortogonalidad múltiple, Ecuaciones de Pearson

Mathematics Subject Classification 2020: 33C45, 42C05

Resumen

En esta sesión se tratará la ortogonalidad múltiple de dos pesos que satisfacen ecuaciones de Pearson. Los polinomios ortogonales se expresan en términos de funciones τ , dichas funciones resultan ser wronskianos dobles de series hipergeométricas generalizadas. Se estudian la matriz de Laguerre-Freud y los efectos de las relaciones hipergeométricas. Las funciones τ generan soluciones de extensiones multicomponente de la ecuación de Toda y de la ecuación de Toda discreta de Nijhoff-Capel. Actualmente se están estudiando casos más generales de ortogonalidad múltiple.

Universidad Complutense de Madrid
Madrid, España
itsasofe@ucm.es

El Rol Emergente de los Polinomios Ortogonales en Deep Learning y Machine Learning.

Lino Gustavo Garza Gaona

Palabras clave: Polinomios ortogonales, Machine learning, Deep learning

Mathematics Subject Classification 2020: 33C45, 42C05

Resumen

Este estudio exploratorio se sumerge en el panorama actual del uso de polinomios ortogonales en el ámbito del deep learning y el machine learning. Esta charla tiene como objetivo ofrecer una visión general sobre cómo los polinomios ortogonales están emergiendo como una herramienta

prometedora para la optimización de modelos en estos campos. Abordaremos los fundamentos teóricos de los polinomios ortogonales y su potencial aplicación en la optimización de algoritmos.

Universidad de Monterrey
Monterrey, Nuevo León, México
lino.garza@udem.edu

On the Hahn's property for matrix orthogonal polynomials on the unit circle

Luis Enrique Garza Gaona

Palabras clave: Matrix orthogonality, Classical polynomials

Mathematics Subject Classification 2020: 33C45, 42C05

Resumen

In this contribution, we characterize the sequences of matrix orthogonal polynomials on the unit circle (**MOPUC**) whose derivatives are also orthogonal, i.e. the orthogonal sequences satisfying the Hahn's property. Equivalently, we characterize classical matrix linear functionals on the unit circle. Joint work with Edinson Fuentes.

Universidad de Colima
Colima, México
luis_garza1@ucol.mx

Perturbations of bilinear forms. The Sobolev case.

Francisco Marcellán Español

Palabras clave: Sobolev orthogonality, CMV matrices

Mathematics Subject Classification 2020: 33C45, 42C05

Resumen

In this presentation we analyze some perturbations of bilinear forms, including the Sobolev type case with respect to measures supported in the real line and the unit circle, respectively. A matrix interpretation in terms of banded matrices and CMV matrices is discussed. Joint work with Ignacio Zurrián, Universidad de Sevilla.

Universidad Carlos III de Madrid
Madrid, España
pacomarc@ing.uc3m.es

On differential systems related to Generalized Charlier Orthogonal Polynomials.

Cristina Rodríguez-Perales

Palabras clave: Charlier polynomials, Painlevé equations

Mathematics Subject Classification 2020: 33C45, 42C05

Resumen

In this work we tackle the regularisation of a differential system related to generalized Charlier orthogonal polynomials. We also deal with the Hamiltonian structure of the systems obtained in the final charts. Furthermore, we study how the recurrence coefficients of these polynomials are connected to the Painlevé equations. Joint work with G. Filipuk.

Referencias

- [1] A. Dzhamay, G. Filipuk, A. Stokes, *Differential equations for the recurrence coefficients of semiclassical orthogonal polynomials and their relation to the Painlevé equations via the geometric approach*, Studies in Applied Mathematics 148 (4) 2022, 1656–1702.
- [2] G. Filipuk and W. Van Assche, *Recurrence coefficients of generalized Charlier polynomials and the fifth Painlevé equation*, Proc. Amer. Math. Soc. 141 (2) 2013, 551–562.
- [3] G. Filipuk, *On the regularisation of the differential system related to the deformed Laguerre Orthogonal Polynomials*, preprint.

Universidad de Almería
Almería, España
crp170@ual.es

Semiclassical Properties and Zero Dynamics of Truncated Freud Orthogonal Polynomials.

Víctor Soto-Larrosa

Palabras clave: Freud polynomials, Zero dynamics

Mathematics Subject Classification 2020: 33C45, 42C05

Resumen

We define the family of truncated Freud polynomials $P_n(x; z)$, orthogonal with respect to the linear functional \mathbf{u} defined by

$$\langle \mathbf{u}, \mathbf{p}(\mathbf{x}) \rangle = \int_{-z}^z \mathbf{p}(\mathbf{x}) e^{-x^4} d\mathbf{x}, \quad \mathbf{p} \in \mathbb{P}, \quad z > 0.$$

The semiclassical character of $P_n(x; z)$ as polynomials of class 4 is stated. As a consequence, several properties of $P_n(x; z)$ concerning the coefficients $\gamma_n(z)$ in the three-term recurrence relation they satisfy, as well as the moments and the Stieltjes function of \mathbf{u} are studied. Ladder operators associated with such a linear functional and the holonomic equation that the polynomials $P_n(x; z)$ satisfy are derived. Moreover, an electrostatic interpretation of the zeros of such polynomials and the dynamics of the zeros in terms of the parameter z are given.

Universidad de Alcalá de Henares
Alcalá de Henares, España
v.soto@uah.es

La clase de polinomios ortogonales hipergeométricos básicos con q igual a menos uno.

Luis Verde-Star

Palabras clave: Polinomios q -hipergeométricos, Ortogonalidad discreta

Mathematics Subject Classification 2020: 33C45, 42C05

Resumen

Presentaremos algunas propiedades básicas de la clase de todos los polinomios q -hipergeométricos con $q = -1$, por ejemplo, la fórmula explícita de los coeficientes de la recurrencia de tres términos, la representación de los polinomios ortogonales con respecto a una base tipo Newton, la ecuación en diferencias generalizadas que satisfacen los polinomios, los momentos con respecto a la base tipo Newton y la ortogonalidad discreta asociada a una retícula en el plano.

Algunas familias en esta clase han sido obtenidas por Vinet, Zhedanov y algunos colaboradores tomando límites cuando q tiende a menos uno de familias conocidas de polinomios q -ortogonales.

Universidad Autónoma Metropolitana
Ciudad de México, México
verde@xanum.uam.mx