

VI Encuentro Conjunto RSME-SMM
València, 1-5 de Julio de 2024
Sesión Especial “Álgebra Topológica”

Organizadores:

Gerardo Acosta, Universidad Nacional Autónoma de México,
gacosta@im.unam.mx

Salvador García-Ferreira, Universidad Nacional Autónoma de México,
sgarcia@matmor.unam.mx

Manuel Sanchis, Universitat Jaume I de Castelló,
sanchis@uji.es

Graev fuzzy metric

Cristina Bors

Palabras clave: Graev metric, fuzzy metric space, free group

Mathematics Subject Classification 2020: 03E72, 08A72, 20N25

Resumen

By Graev’s Extension Theorem, for every metric d on $X \cup \{e\}$ there exists a metric d_G on the free group $F(X)$ with the following properties:

1. d_G extends d .
2. d_G is a two sided invariant metric on $F(X)$.
3. d_G is maximal among all invariant metrics on $F(X)$ extending d .

We present the notion of Graev fuzzy metric $(M_G, *)$ in the context of fuzzy metric spaces in the sense of George and Veeramani. We study this new concept and we analyze its most important properties. In particular, we show that, given a fuzzy metric space $(X, M, *)$, there exists a metric $(M_G, *)$ on the free group $F(X)$ with the following properties:

1. $(M_G, *)$ extends $(M, *)$.
2. $(M_G, *)$ is a two sided invariant metric on $F(X)$.
3. $(M_G, *)$ is minimal among all invariant metrics on $F(X)$ extending $(M, *)$.

Universitat Jaume I de Castelló
Castelló, Spain
chis@uji.es

Thin subsets of topological groups and ideals of group and Fourier algebras.

Jorge Galindo

Palabras clave: Riesz sets, Rosenthal sets and Λ -sets, Fourier algebra

Mathematics Subject Classification 2020: 46H05, 46H20, 43A46

Resumen

In this talk we will consider Riesz sets, Rosenthal sets and $\Lambda(1)$ -sets contained in discrete groups. They can be defined through some sort of interpolation property and can be regarded as thin in a very wide sense. For arbitrary commutative groups, we will show how to construct Rosenthal sets that are not $\Lambda(1)$ and, for a class of noncommutative groups, how to construct Riesz sets that are not $\Lambda(1)$. This will help to find ideals of $L^1(\widehat{G})$, the group algebra of the character group of G , and of $A(G)$, the Fourier algebra of G , that are Arens regular but not reflexive.

Universitat Jaume I de castelló Castellón, Spain
galindo.j@uji.es

Llevando la construcción de Hartman-Mycielski de grupos topológicos a grupos semitopológicos

Marcela López Gaytán

Palabras clave: axiomas de separación, grupo (semi)topológico

Mathematics Subject Classification 2020: 22A15, 22A20

Resumen

La construcción de Hartman-Mycielski es una herramienta bien conocida y muy importante en la teoría de los grupos topológicos, que consiste en asociar a cada grupo topológico G un nuevo grupo topológico G^\bullet que es conexo por trayectorias y localmente conexo por trayectorias. Sabemos que G está encajado en G^\bullet como subgrupo cerrado y además que ambos grupos topológicos comparten diversas propiedades, en el sentido que, G tiene \mathcal{P} si y sólo si G^\bullet tiene \mathcal{P} , donde \mathcal{P} es una propiedad topológico-algebraica. Teniendo en cuenta las ventajas que se obtienen al trabajar con el nuevo grupo topológico G^\bullet nos propusimos extender esta idea al caso de los grupos semitopológicos. Cambiar la estructura topológica de un grupo trae consigo diferencias importantes. Nuestro objetivo es abordar las propiedades más sobresalientes en el caso topológico y verificar si se siguen satisfaciendo en el caso semitopológico, o bien, dar condiciones para obtenerlas. También voy a presentar de manera general las propiedades que se comparten entre G y G^\bullet cuando G es un grupo semitopológico.

Universidad Autónoma Metropolitana, Iztapalapa,
CDMX, México.
pantmarce@gmail.com

Categorías enriquecidas: un marco adecuado para el estudio de diversas estructuras matemáticas

Jesús Rodríguez-López

Palabras clave: categories, morphisms, complete uniform spaces

Mathematics Subject Classification 2020: 16B50, 18C40, 54E15

Resumen

En una categoría, los morfismos entre dos objetos son clases. Si, por ejemplo, estas clases de morfismos son conjuntos, entonces se tiene una categoría localmente pequeña. Cuando las clases de morfismos pertenecen a una categoría monoidal \mathbf{V} , entonces se obtiene una categoría enriquecida sobre \mathbf{V} [4]. Así, si $\mathbf{V} = \mathbf{Set}$ se obtienen las categorías localmente pequeñas; si $\mathbf{V} = \mathbf{Cat}$ se obtienen las 2-categorías; si $\mathbf{V} = \mathbf{2}$ se obtienen los conjuntos preordenados; etc. Un caso fundamental fue el considerado por Lawvere en 1973 [5] cuando mostró que los espacios casi-seudométricos extendidos pueden interpretarse también como categorías enriquecidas sobre un cuantil de modo que, particularizando algunas construcciones y resultados de la teoría de categorías, se puede obtener parte de la teoría de espacios métricos, como la noción de completitud.

Además de las anteriores estructuras matemáticas, se ha demostrado que otros conceptos más recientes pueden interpretarse también como categorías enriquecidas, tales como los espacios métricos probabilísticos [2]; espacios métricos parciales [3]; conjuntos preordenados M -valuados [6]; etc.

En esta charla repasaremos esta visión de ciertas estructuras matemáticas como categorías enriquecidas. Asimismo, veremos que los espacios casi-seudométricos modulares [1, 7] también se pueden interpretar como categorías enriquecidas sobre un cuantil adecuado.

Referencias

- [1] V. V. CHISTYAKOV. *Metric modular spaces. Theory and applications*. Springer, 2015.
- [2] D. HOFMANN AND C. D. REIS. Probabilistic metric spaces as enriched categories. *Fuzzy Sets Syst.* **210** (2013), 1–21.
- [3] D. HOFMANN E I. STUBBE. Topology from enrichment: the curious case of partial metrics. *Cah. Topol. Géom. Différ. Catég.* **59** (2018), 307–353.
- [4] G. M. KELLY. Basic concepts of enriched category theory. *Repr. Theory Appl. Categ.* **19**, vi+137 pp., 2005.
- [5] F. W. LAWVERE. Metric spaces, generalized logic, and closed categories. *Rend. Sem. Mat. Fis. Milano* **43** (1973), 135–166.
- [6] Q. PU Y D. ZHANG. Preordered sets valued in a GL-monoid. *Fuzzy Sets Syst.* **187** (2012), 1–32.
- [7] K. SEBOGODI. *Some topological aspects of modulars quasi-metric spaces* Ph.D. thesis, University of the Witwatersrand, Johannesburg, 2019.

Instituto Universitario de Matemática Pura y Aplicada
Universitat Politècnica de València, Spain
jrllopez@upv.es

La construcción de Hartman-Mycielski en grupos semitopológicos II

Iván Sánchez

Palabras clave: grupo semitopológico, función cardinal, complección de un espacio uniforme

Mathematics Subject Classification 2020: 22A15, 54H15, 30B60

Resumen

La construcción de Hartman-Mycielski es una herramienta bien conocida y muy importante en la tMotivados por la construcción de Hartman-Mycielski en grupos topológicos, a cada grupo semitopológico G se le asocia funtorialmente un grupo semitopológico G^\bullet que es conexo por trayectorias y localmente conexo por trayectorias. En esta plática vamos a mostrar algunas propiedades que son compartidas por G y G^\bullet : axiomas de separación, funciones cardinales y propiedades del tipo simetría. También vamos a analizar si partiendo de una uniformidad \mathcal{U} en G , podemos construir una uniformidad \mathcal{U}^\bullet en G^\bullet . Nos interesa saber cuándo \mathcal{U}^\bullet es completa y, si no lo es, mostrar quién es su completación. Este es un trabajo conjunto con Marcela López Gaytán.

Universidad Autónoma Metropolitana, Iztapalapa,
CDMX, México.
`isr.uami@gmail.com`