

RSME  
SMM  
2024

VI ENCUENTRO  
1-5 de julio

Universitat Politècnica de València

## COMITÉ CIENTÍFICO

Por parte de RSME:

- José Bonet
- Marta Casanellas
- Antonio Durán
- Elena Fernández

Por parte de SMM:

- María Emilia Caballero
- Mucuy-Kak Guevara
- Rubén Martínez Avendaño
- Luis Verde

## CONFERENCIANTES PLENARIOS

María de la Luz Jimena de Teresa

David Nualart

Sandra Palau

María de los Ángeles García Ferrero

Luis Núñez Betancourt

Mercedes Landete Ruiz

Mayra Núñez López

Juan José Nuño Ballesteros

Víctor M. Pérez-García



# Índice

|   |            |
|---|------------|
| <b>1. Bienvenida</b>  | <b>3</b>   |
| <b>2. Patrocinadores</b>  | <b>3</b>   |
| <b>3. Comités</b>   | <b>4</b>   |
| <b>4. Programa Científico</b>   | <b>5</b>   |
| <b>5. Conferencias plenarias</b>  | <b>9</b>   |
| Y aquella que las controlase, buena controladora será . . . . .                   | 9          |
| Exceptional polynomials and how to find them . . . . .                            | 11         |
| Modelos de optimización entera para la toma de decisiones . . . . .               | 12         |
| Cálculo variacional estocástico y aproximaciones normales . . . . .               | 13         |
| Frobenius y operadores diferenciales para medir singularidades . . . . .          | 14         |
| Dinámica de la transmisión del Dengue: un enfoque integrador . . . . .            | 15         |
| Puntos singulares de aplicaciones diferenciables: aspectos topológicos . . . . .  | 16         |
| Árbol genealógico de un proceso de ramificación . . . . .                         | 17         |
| Matemáticas contra las metástasis cerebrales . . . . .                            | 18         |
| <b>6. Sesiones especiales</b>   | <b>20</b>  |
| 6.1. S01 Álgebra Topológica . . . . .   | 20         |
| 6.2. S02 Estructuras, espectros y coloraciones en gráficas y digráficas . . . . . | 24         |
| 6.3. S03 Polinomios Ortogonales y Funciones Especiales . . . . .                  | 30         |
| 6.4. S04 Análisis Armónico y Mecánica de Fluidos . . . . .                        | 34         |
| 6.5. S05 Teoría de Operadores y Variable Compleja . . . . .                       | 38         |
| 6.6. S06 Dinámica de operadores . . . . .   | 45         |
| 6.7. S07 Teoría de operadores y problemas inversos . . . . .                      | 51         |
| 6.8. S08 Avances Recientes en Geometría Diferencial . . . . .                     | 55         |
| 6.9. S09 Álgebra Conmutativa . . . . .  | 59         |
| 6.10. S10 Geometría métrica y riemanniana III . . . . .                           | 65         |
| 6.11. S11 Topología Algebraica . . . . .  | 71         |
| 6.12. S12 Topología en dimensiones bajas . . . . .                                | 76         |
| 6.13. S13 Superficies algebraicas y complejas . . . . .                           | 82         |
| 6.14. S14 De grafos y gráficas . . . . .  | 87         |
| 6.15. S15 Sistemas Dinámicos y Foliaciones . . . . .                              | 91         |
| 6.16. S16 Ecuaciones en Derivadas Parciales no Lineales y Aplicaciones . . . . .  | 96         |
| 6.17. S17 Análisis topológico de datos: teoría y aplicaciones . . . . .           | 101        |
| 6.18. S18 Sistemas dinámicos, bifurcaciones y sistemas no suaves . . . . .        | 107        |
| 6.19. S19 Geometría discreta y matroides . . . . .                                | 113        |
| 6.20. S20 Sistemas Hamiltonianos y Mecánica Celeste . . . . .                     | 118        |
| 6.21. S21 Estadística Matemática . . . . .  | 123        |
| 6.22. S22 Probabilidad . . . . .  | 126        |
| 6.23. S23 Innovaciones en Educación Matemática y Divulgación . . . . .            | 131        |
| <b>7. Pósteres</b>  | <b>136</b> |

## 1. Bienvenida

En este VI Encuentro de la Real Sociedad Matemática Española y la Sociedad Matemática Mexicana retomamos la presencialidad tan necesaria para estrechar los lazos investigadores y de amistad que unen a las dos comunidades.

Como en los anteriores encuentros RSME-SMM, el objetivo principal es potenciar las sinergias entre las comunidades investigadoras de ambas sociedades. Esto es algo que ya se inició en el I Encuentro RSME-SMM en Oaxaca (México, 2009) y que ha tenido una continuidad en los encuentros posteriores, con el pequeño parón que supuso la pandemia y motivó que el V Encuentro, celebrado en Guanajuato en 2021, fuera virtual.

En definitiva, vamos a poder disfrutar de una amplísima variedad de temáticas, y seguro que en este VI Encuentro RSME-SMM se van a poder generar nuevos lazos de investigación y colaboraciones, además en áreas frontera del conocimiento. Seguro que va a ser una experiencia muy excitante, y les damos nuestra más calurosa bienvenida!

## 2. Patrocinadores

Nada de esto sería posible sin el inestimable patrocinio de distintas entidades, a quienes queremos mostrar nuestro agradecimiento. En primer lugar la **Conselleria de Educación, Universidades y Ocupación de la Generalitat Valenciana**. Por otra parte, la **Universitat Politècnica de València** y, en especial, sus dos institutos universitarios de Matemáticas, el **Instituto Universitario de Matemática Multidisciplinar (IMM)** y el **Instituto Universitario de Matemática Pura y Aplicada (IUMPA)**.

### 3. Comités

#### Comité Científico

Por parte de la RSME

José Bonet

Marta Casanellas

Antonio Durán

Elena Fernández

Por parte de la SMM

María Emilia Caballero

Mucuy-Kak Guevara

Rubén Martínez Avendaño

Luis Verde

#### Comité Organizador

Clementa Alonso González (Universitat d'Alacant)

José María Amigo García (Universidad Miguel Hernández)

Carmen Fernández Rosell (Universitat de València)

Anabel Forte Deltell (Universitat de València)

José Mas Mari (Universitat Politècnica de València)

Ana Martínez Pastor (Universitat Politècnica de València)

María del Carmen Perea Marco (Universidad Miguel Hernández)

Alfred Peris Manguillot (Universitat Politècnica de València), Coordinador

Manuel Sanchis López (Universitat Jaume I)

Macarena Trujillo Guillen (Universitat Politècnica de València)

## PROGRAMA CIENTÍFICO

| Lunes 1     |  |
|-------------|--|
| 16:00-16:50 | Recogida de documentación  |
| 16:50-19:30 | S12. Topología en dimensiones bajas (Aula 2.8)                               |
|             | S15. Sistemas Dinámicos y Foliaciones (Aula 2.11)                            |
|             | S19. Geometría discreta y matroides (Aula 2.12)                              |
|             | S22. Probabilidad (Aula 2.13)  |
| 19:30-20:30 | Recogida de documentación /Vino de honor                                     |
| Martes 2    |  |
| 09:00-09:30 | Recogida de documentación  |
| 9:30-10:00  | Inauguración   |
| 10:00-11:00 | David Nualart  |
| 11:00-11:30 | Pausa Café   |
| 11:30-12:30 | Sandra Palau   |
| 12:30-13:50 | S1. Álgebra Topológica (Aula 2.4)  |
|             | S6. Dinámica de operadores (Aula 2.8)  |
|             | S10. Geometría métrica y riemanniana III (Aula 2.11)                         |
|             | S14. De grafos y gráficas (Aula 2.12)  |
|             | S15. Sistemas Dinámicos y Foliaciones (Aula 2.13)                            |
| 13:50-15:00 | Comida   |
| 15:00-17:40 | S1. Álgebra Topológica (Aula 2.4)  |
|             | S12. Topología en dimensiones bajas (Aula 2.11)                              |
|             | S13. Superficies algebraicas y complejas (Aula 2.12)                         |
|             | S16. Ecuaciones en Derivadas Parciales no Lineales y Aplicaciones (Aula 2.8) |
|             | S18. Sistemas dinámicos, bifurcaciones y sistemas no suaves (Aula 2.0)       |
|             | S19. Geometría discreta y matroides (Aula 2.13)                              |
| 17:40-18:00 | Pausa Café   |
| 18:00-20:00 | S5. Teoría de Operadores y Variable Compleja (Aula 2.8)                      |
|             | S9. Álgebra Conmutativa (Aula 2.4)   |
|             | S10. Geometría métrica y riemanniana III (Aula 2.11)                         |
|             | S14. De grafos y gráficas (Aula 2.12)  |
|             | S15. Sistemas Dinámicos y Foliaciones (Aula 2.13)                            |
|             | S21. Estadística matemática (Aula 2.7)                                       |

| Miércoles 3 |   |
|-------------|---|
| 09:00-11:00 | María Ángeles García Ferrero<br>Luis Núñez Betancourt                         |
| 11:00-11:30 | Pausa Café  |
| 11:30-13:30 | S4. Análisis Armónico y Mecánica de Fluidos (Aula 2.13)                       |
|             | S5. Teoría de Operadores y Variable Compleja (Aula 2.8)                       |
|             | S9. Álgebra Conmutativa (Aula 2.4)  |
|             | S10. Geometría métrica y riemanniana III (Aula 2.11)                          |
|             | S14. De grafos y gráficas (Aula 2.12)   |
| 13:30-15:00 | Comida  |
| 15:00-17:40 | S4. Análisis Armónico y Mecánica de Fluidos (Aula 2.13)                       |
|             | S6. Dinámica de operadores (Aula 2.8)   |
|             | S13. Superficies algebraicas y complejas (Aula 2.12)                          |
|             | S16. Ecuaciones en Derivadas Parciales no Lineales y Aplicaciones (Aula 2.11) |
|             | S18. Sistemas dinámicos, bifurcaciones y sistemas no suaves (Aula 2.0)        |
|             | S23. Innovaciones en Educación Matemática y Divulgación (Aula 2.7)            |
| 17:40-18:00 | Pausa Café  |
| 18:00-20:00 | S4. Análisis Armónico y Mecánica de Fluidos (Aula 2.13)                       |
|             | S5. Teoría de Operadores y Variable Compleja (Aula 2.11)                      |
|             | S6. Dinámica de operadores (Aula 2.8)   |
|             | S9. Álgebra Conmutativa (Aula 2.4)  |
|             | S18. Sistemas dinámicos, bifurcaciones y sistemas no suaves (Aula 2.0)        |
|             | S23. Innovaciones en Educación Matemática y Divulgación (Aula 2.7)            |

| Jueves 4    |   |
|-------------|---|
| 09:00-11:00 | Víctor Pérez<br>Mayra Núñez López   |
| 11:00-11:30 | Pausa Café  |
| 11:30-13:30 | S2. Estructuras, espectros y coloraciones en gráficas y digráficas (Aula 2.7) |
|             | S3. Polinomios Ortogonales y Funciones Especiales (Aula 2.13)                 |
|             | S7. Teoría de operadores y problemas inversos (Aula 2.12)                     |
|             | S11. Topología Algebraica (Aula 2.4)  |
|             | S17. Análisis topológico de datos: teoría y aplicaciones (Aula 2.8)           |
|             | S20. Sistemas Hamiltonianos y Mecánica Celeste (Aula 2.11)                    |
| 13:30-15:00 | Comida  |
| 15:00-17:00 | S2. Estructuras, espectros y coloraciones en gráficas y digráficas (Aula 2.7) |
|             | S3. Polinomios Ortogonales y Funciones Especiales (Aula 2.13)                 |
|             | S7. Teoría de operadores y problemas inversos (Aula 2.12)                     |
|             | S8. Avances Recientes en Geometría Diferencial (Aula 2.0)                     |
|             | S11. Topología Algebraica (Aula 2.4)  |
|             | S17. Análisis topológico de datos: teoría y aplicaciones (Aula 2.8)           |
|             | S20. Sistemas Hamiltonianos y Mecánica Celeste (Aula 2.11)                    |
| 17:00-18:00 | Sesión de Pósteres  |
| 18:00-19:00 | Juan José Nuño  |
| 21:00-23:00 | Cena de Gala  |

| Viernes 5   |   |
|-------------|---|
| 9:00-10:20  | S2. Estructuras, espectros y coloraciones en gráficas y digráficas (Aula 2.7) |
|             | S3. Polinomios Ortogonales y Funciones Especiales (Aula 2.13)                 |
|             | S7. Teoría de operadores y problemas inversos (Aula 2.12)                     |
|             | S8. Avances Recientes en Geometría Diferencial (Aula 2.0)                     |
|             | S11. Topología Algebraica (Aula 2.4)  |
|             | S17. Análisis topológico de datos: teoría y aplicaciones (Aula 2.8)           |
|             | S20. Sistemas Hamiltonianos y Mecánica Celeste (Aula 2.11)                    |
| 10:20-11:00 | Pausa Café  |
| 11:00-13:00 | Mercedes Landete<br>María de la Luz Jimena de Teresa                          |
| 13:00-13:30 | Clausura  |

Las ponencias en las sesiones especiales serán de 30 minutos, más 10 minutos de preguntas y comentarios (total 40 minutos). Se realizarán en sesiones paralelas

## SESIONES

- S1. Álgebra Topológica
- S2. Estructuras, espectros y coloraciones en gráficas y digráficas
- S3. Polinomios Ortogonales y Funciones Especiales
- S4. Análisis Armónico y Mecánica de Fluidos
- S5. Teoría de Operadores y Variable Compleja
- S6. Dinámica de operadores
- S7. Teoría de operadores y problemas inversos
- S8. Avances Recientes en Geometría Diferencial
- S9. Álgebra Conmutativa
- S10. Geometría métrica y riemanniana III
- S11. Topología Algebraica
- S12. Topología en dimensiones bajas
- S13. Superficies algebraicas y complejas
- S14. De grafos y gráficas
- S15. Sistemas Dinámicos y Foliaciones
- S16. Ecuaciones en Derivadas Parciales no Lineales y Aplicaciones
- S17. Análisis topológico de datos: teoría y aplicaciones
- S18. Sistemas dinámicos, bifurcaciones y sistemas no suaves
- S19. Geometría discreta y matroides
- S20. Sistemas Hamiltonianos y Mecánica Celeste
- S21. Estadística matemática
- S22. Probabilidad
- S23. Innovaciones en Educación Matemática y Divulgación

## 5. Conferencias plenarias

### Y aquella que las controlase, buena controladora será

Luz de Teresa

**Palabras clave:** Control, Ecuaciones Diferenciales Parciales, Ecuaciones acopladas

**Mathematics Subject Classification 2020:** 35K05, 35Q93, 93B05

### Resumen

En esta charla daremos una visión panorámica de la teoría matemática del control y de las técnicas utilizadas cuando se abordan estas problemáticas en el contexto de las ecuaciones diferenciales parciales. Explicaremos algunos resultados en el caso de la ecuación del calor unidimensional y cuando se trabaja con varias ecuaciones acopladas. Presentaremos algunos resultados recientes en este contexto.

### Referencias

- [1] F. AMMAR KHODJA, A. BENABDALLAH, M. GONZÁLEZ-BURGOS, M. MORANCEY, L. DE TERESA, New results on biorthogonal families in cylindrical domains and controllability consequences Preprint, arXiv:2406.05104
- [2] F. AMMAR KHODJA, A. BENABDALLAH, M. GONZÁLEZ-BURGOS, L. DE TERESA, *Minimal time for the null controllability of parabolic systems: the effect of the condensation index of complex sequences*, J. Funct. Anal. **267** (2014), no. 7, pp. 2077–2151.
- [3] F. AMMAR KHODJA, A. BENABDALLAH, M. GONZÁLEZ-BURGOS, AND L. DE TERESA, *New phenomena for the null controllability of parabolic systems: minimal time and geometrical dependence*, J. Math. Anal. Appl. **444** (2016), no. 2, pp. 1071–1113.
- [4] P. CANNARSA, P. MARTINEZ AND J. VANCOSTENOBLE, *Sharp estimate of the cost of controllability for a degenerate parabolic equation with interior degeneracy*, Minimax Theory Appl. **6** (2021), no. 2, pp. 251–280.
- [5] M. DUPREZ, *Controllability of a  $2 \times 2$  parabolic system by one force with space-dependent coupling term of order one*, ESAIM Control Optim. Calc. Var. **23** (2017), no. 4, pp. 1473–1498.
- [6] S. DOLECKI, *Observability for the one-dimensional heat equation*, Studia Math. **48** (1973), pp. 291–305.
- [7] E. FERNÁNDEZ-CARA, M. GONZÁLEZ-BURGOS, L. DE TERESA, *Boundary controllability of parabolic coupled equations*. J. Funct. Anal. **259** (2010), no. 7, pp. 1720–1758.

- [8] A. FURSIKOV, O. YU. IMANUVILOV, *Controllability of Evolution Equations*, Lecture Notes Ser., **34**, Seoul National University, Research Institute of Mathematics, Global Analysis Research Center, Seoul, 1996.
- [9] G. LEBEAU, L. ROBBIANO, *Contrôle exact de l'équation de la chaleur*, Comm. Partial Differential Equations **20** (1995), no. 1-2, pp. 335–356.
- [10] L. MILLER, *A direct Lebeau-Robbiano strategy for the observability of heat-like semigroups*, Discrete Contin. Dyn. Syst. Ser. B **14** (2010), no. 4, pp. 1465–1485.

UNAM  
C.P. 04510, CDMX, México  
ldeteresa@im.unam.mx

# Exceptional polynomials and how to find them

María Ángeles García Ferrero

**Palabras clave:** Orthogonal polynomials, Darboux transformations, Sturm–Liouville problems,

**Mathematics Subject Classification 2020:** 42C05, 34L10

## Resumen

Exceptional orthogonal polynomials arise as eigenfunctions of Sturm-Liouville problems and form complete bases in of square integrable functions with weights. Nevertheless, contrary to the classical polynomials of Hermite, Laguerre and Jacobi, their sets of degrees miss finitely many natural numbers. Since 2009, many pages have been written about their construction and their properties, but the book is still unfinished.

In this talk, we will summarize the introductory chapters on exceptional orthogonal polynomials, focusing on their construction via Darboux transformations. We will also review some of the last lines added to the narrative in the direction of achieving their full classification.

This is based on joint works with D. Gómez-Ullate and R. Milson.

ICMAT (CSIC-UAM-UC3M-UCM)  
Madrid, Spain  
garciaferrero@icmat.es

# Modelos de optimización entera para la toma de decisiones

Mercedes Landete Ruiz

**Palabras clave:** Problemas de localización, Problemas de rutas, Problemas de clasificación

**Mathematics Subject Classification 2020:** 90B80, 90B06, 90C11

## Resumen

Los modelos de optimización entera tienen actualmente un papel fundamental en la toma de decisiones ya que permiten obtener soluciones óptimas de problemas de gestión que involucran decisiones. En estos modelos la región factible de las variables de decisión representa el conjunto de decisiones admisibles y la función objetivo el criterio de preferencia.

En esta charla se presentan avances recientes en el planteamiento y resolución de modelos de optimización entera en ámbitos diversos de la investigación operativa como son la localización de servicios, la determinación de rutas, la ordenación de elementos o la clasificación de datos. Ejemplos actuales de estos problemas son la ubicación de los lockers en un sistema de distribución, la determinación de rutas de drones, la baremación de candidatos y la selección de características relevantes en la agrupación de elementos.

Los avances que se presentan son el resultado de colaboraciones con investigadores en universidades nacionales como las Universidades de Cádiz, Murcia, Sevilla y Valencia y universidades europeas como la de Lisboa, Sheffield o Bruselas.

Esta investigación está financiada por los proyectos RED2022-134149-T, PID2021-122344NB-I00 (MCIN/AEI/ 10.13039/501100011033) y “FEDER Una manera de hacer Europa”. También por la Generalitat Valenciana, PROMETEO/2021/063.

## Referencias

- [1] J. ALCARAZ, M. LANDETE AND J.F. MONGE. Rank aggregation: models and algorithms. *Salhi and Boylan (Eds): The Palgrave Handbook of Operations Research* Springer International Publishing, 2022.
- [2] E. FERNANDEZ AND M. LANDETE. Fixed-Charge Facility Location Problems *Laporte, Nickel, Saldanha-da-Gama (Eds): Location Science* Springer, 2019.

Universidad Miguel Hernández de Elche  
03202 Elche (Alicante), Spain  
landete@umh.es

# Cálculo variacional estocástico y aproximaciones normales

David Nualart

**Palabras clave:** Cálculo de Malliavin, Aproximaciones normales, Ecuación del calor estocástica

**Mathematics Subject Classification 2020:** 60H07, 60F05, 60H15

## Resumen

El cálculo variacional estocástico es un cálculo diferencial en un espacio de probabilidad gaussiano, que fue introducido por Paul Malliavin con el objetivo de dar una demostración probabilística del teorema de hipoelipticidad de Lars Hörmander. En esta charla presentaremos los ingredientes básicos del cálculo de Malliavin y sus aplicaciones principales. El cálculo de Malliavin, combinado con el método de Stein para aproximaciones normales, se ha utilizado para obtener velocidades de convergencia en teoremas del límite central ([1]). Trataremos este tema y su aplicación al estudio de fluctuaciones gaussianas en la ecuación del calor estocástica ([2]).

## Referencias

- [1] I. NOURDIN AND G. PECCATI. *Normal approximations with Malliavin calculus: from Stein's method to universality*. Cambridge University Press, New York, 2012.
- [2] J. HUANG, D. NUALART AND L. VIITASAARI. A central limit theorem for the stochastic heat equation. *Stochastic Processes and Their Applications* **130**(12), 7170–7184, 2020.

Universidad de Kansas  
66045, Lawrence, Kansas, USA  
nualart@ku.edu

# Frobenius y operadores diferenciales para medir singularidades

Luis Núñez Betancourt

**Palabras clave:** Singularidades, Umbral de  $F$ -pureza

**Mathematics Subject Classification 2020:** 13A35,14B05

## Resumen

En 1969, Kunz [1] demostró que el mapa de Frobenius puede usarse para detectar si una variedad es suave o no. Desde entonces, este mapa se ha utilizado para clasificar y medir singularidades. En esta charla nos enfocaremos en el umbral de  $F$ -pureza introducido por Takagi y Watanabe en 2004 [2]. En particular, discutiremos propiedades geométricas de este invariante numérico. Estos resultados son consecuencia del uso de operadores diferenciales. Este es un trabajo conjunto con Alessandro de Stefani (Università di Genova) e Ilya Smirnov (Basque Center for Applied Mathematics).

## Referencias

- [1] ERNST KUNZ. Characterizations of regular local rings for characteristic  $p$ . *Amer. J. Math.*, 91:772–784, 1969.
- [2] SHUNSUKE TAKAGI AND KEI-ICHI WATANABE. On  $F$ -pure thresholds. *J. Algebra*, 282(1):278–297, 2004.

Matemáticas Básicas  
Centro de Investigación en Matemáticas  
Guanajuato, México  
luisnub@cimat.mx

# Dinámica de la transmisión del Dengue: un enfoque integrador

Mayra Núñez López

**Palabras clave:** Dengue, Modelos epidemiológicos, Número Básico Reproductivo

**Mathematics Subject Classification 2020:** 92B05, 92C60, 92D30

## Resumen

En esta plática abordaremos varios tipos de modelos matemáticos con el fin de mostrar las diferentes formas de representar una enfermedad transmitida por vectores. Como punto de partida explicaremos el modelo Ross-McDonald y así como los umbrales más sencillos relacionados con la propagación. Posteriormente, presentaremos un modelo más descriptivo con diferentes serotipos bajo diversos esquemas de vacunación como medidas de control en la propagación. Mencionaremos otra perspectiva de la modelación del Dengue relacionada con la dinámica dentro del hospedero (nivel celular) y a nivel poblacional generando una diferencia de escalas en la activación de la enfermedad (modelos tipo Between-Within Host). Por último presentaremos la modelación de la dispersión de la enfermedad en una red de nodos mediante modelos discretos y su ajuste con brotes reales. Finalizaremos con algunas perspectivas y retos en la simulación y tratamiento de este tipo de enfermedades.

## Referencias

- [1] N.L. GONZÁLEZ MORALES, M. NÚÑEZ-LÓPEZ, J. RAMOS-CASTAÑEDA AND J.X. VELASCO-HERNÁNDEZ. Transmission dynamics of two dengue serotypes with vaccination scenarios. *Mathematical Biosciences* **287**, 54–71, 2017.
- [2] M. NÚÑEZ-LÓPEZ, L. ALARCÓN RAMOS AND J.X. VELASCO-HERNÁNDEZ. Migration rate estimation in an epidemic network. *Applied Mathematical Modelling* **89**(2), 1949–1964, 2021.
- [3] M. NÚÑEZ-LÓPEZ, J. CASTRO-ECHEVERRÍA AND J.X. VELASCO-HERNÁNDEZ. A simple within-host, between-host model for a vector-transmitted disease. *bioRxiv* doi.org/10.1101/2022.11.28.518273, 2023.
- [4] M. NÚÑEZ-LÓPEZ, E. HERNÁNDEZ-LÓPEZ, AND J. DELGADO. Simulation on a Minimal Model of Cancer Immunoediting Theory. *Journal of Bifurcation and Chaos* **31**(6), 2150088, 2021.

Instituto Tecnológico Autónomo de México  
Río Hondo No. 1, Col. Progreso Tizapán, CP 01080. Ciudad de México, México  
mayra.nunez@itam.mx

# Puntos singulares de aplicaciones diferenciables: aspectos topológicos

Juan J. Nuño-Ballesteros

**Palabras clave:** Singularidades, clasificación topológica

**Mathematics Subject Classification 2020:** 58K15, 58K40, 58K65

## Resumen

El objetivo principal de la teoría de singularidades de aplicaciones diferenciables es describir el comportamiento cualitativo de una aplicación diferenciable  $f: X \rightarrow Y$  entre variedades, en un entorno de un punto singular  $y \in Y$ . Dado que se trata de un problema local, podemos suponer, después de tomar cartas en las variedades, que  $X = \mathbb{R}^n$  e  $Y = \mathbb{R}^p$ . Según resultados clásicos de R. Thom y de T. Fukuda, si las singularidades son razonablemente buenas (por ejemplo, son finitamente determinadas), la clasificación topológica es un problema discreto y viene dada básicamente por el link de la singularidad. Dicho link se obtiene al intersectar la imagen de la aplicación con una esfera suficientemente pequeña y da lugar a una aplicación topológicamente estable (o estable, si estamos en las buenas dimensiones de Mather) cuyas singularidades son bien conocidas. Cuando  $n \leq p$ , el link es una aplicación entre esferas  $\gamma: S^{n-1} \rightarrow S^{p-1}$  y  $f$  es topológicamente equivalente al cono sobre el link. Cuando  $n > p$ , la situación es más complicada, ya que el link es una aplicación  $\gamma: M \rightarrow S^{p-1}$ , siendo  $M$  una  $(n-1)$ -variedad con borde y además, es necesario considerar una versión generalizada del cono. Analizaremos algunos casos particulares en bajas dimensiones, donde los modelos combinatorios combinatorios son bien conocidos en Geometría Computacional, como por ejemplo, la palabra de Gauss o el grafo de Reeb.

## Referencias

- [1] D. MOND, DAVID AND J. J. NUÑO-BALLESTEROS. *Singularities of mappings—the local behaviour of smooth and complex analytic mappings* Grundlehren Math. Wiss., 357, Springer, Cham, 2020.
- [2] E. B. BATISTA, J. C. F. COSTA AND J. J. NUÑO-BALLESTEROS. The cone structure theorem Int. Math. Res. Not., no. 13, 9786–9801, 2021.
- [3] J. J. NUÑO-BALLESTEROS, J. J., Combinatorial models in the topological classification of singularities of mappings, Springer Proc. Math. Stat., 222, Springer, Cham, 3–49, 2018.

Universitat de València  
Departament de Matemàtiques, València, Spain  
Juan.Nuno@uv.es

# Árbol genealógico de un proceso de ramificación

Sandra Palau

**Palabras clave:** Genealogía, criticalidad, ambiente variable

**Mathematics Subject Classification 2020:** 60J80, 60F17

## Resumen

Consideremos un proceso de ramificación en ambiente variable. Si el proceso es crítico, se sabe que en algún momento se extinguirá la población. Supongamos que hasta un tiempo  $T$  grande, la población sigue viva y tomemos una muestra de  $k$  individuos vivos, ¿Cómo se ve el árbol genealógico de la muestra? Sorprendentemente, el árbol límite solo tiene divisiones binarias y los tiempos donde se ramifica se pueden representar como una mezcla de variables aleatorias independientes e idénticamente distribuidas.

Este es un trabajo conjunto con Simon Harris y Juan Carlos Pardo.

IIMAS, Universidad Nacional Autónoma de México  
Apartado Postal No. 20-126, Álvaro Obregón, C.P. 01000, CDMX, México.  
`sandra@sigma.iimas.unam.mx`

# Matemáticas contra las metástasis cerebrales

Víctor M. Pérez-García

**Palabras clave:** Biología matemática, Oncología Matemática, Metástasis cerebrales

**Mathematics Subject Classification 2020:** 92B99, 92C55

## Resumen

El cáncer es la principal causa de fallecimiento en los países más desarrollados, junto con las enfermedades cardiovasculares. Una fracción significativa de entre el 10 % y el 30 % de todos los pacientes oncológicos desarrollan metástasis cerebrales, lo cual las convierte en el tipo de tumor intracraneal más frecuente y uno de los principales problemas sanitarios en el manejo de la enfermedad.

Aunque se están logrando avances, todavía no se conocen bien muchos aspectos del proceso metastásico al cerebro y de los factores que influyen en el crecimiento de las lesiones resultantes y su respuesta a los tratamientos. Los modelos matemáticos están empezando a demostrar ser valiosos para hacer inferencias y predicciones en diferentes campos de la investigación del cáncer. Sorprendentemente muy pocos matemáticos aplicados se han aproximado a estos problemas y han intentado aportar soluciones de utilidad en el campo de las metástasis cerebrales [1].

En esta charla expondremos resultados recientes en la comprensión matemática de esta intrincada y desafiante enfermedad y las herramientas desarrolladas para ello (por ejemplo [2, 3, 4, 5] y otras). Nos centramos en los datos conseguidos y los avances logrados a partir de los mismos en las fases iniciales de la investigación en modelización matemática y en los resultados de utilidad práctica obtenidos a partir de dichos estudios, orientados a la mejora de la calidad de la toma de decisiones clínicas para los pacientes que se enfrentan a metástasis cerebrales.

La investigación que describiré ha sido un trabajo co-supervisado junto con el Dr. Estanislao Arana (Instituto Valenciano de Oncología), con aportaciones de distintos investigadores de MOLAB: Julián Pérez-Beteta, Beatriz Ocaña-Tienda, Silvia Bordel y Yahir Calderón, y otros, basada en datos proporcionados por colaboradores de distintos hospitales: Hospital General Universitario de Salamanca, Hospital 12 de Octubre, Hospital General Universitario de Ciudad Real, Hospital de San Chinarro, MD Anderson Cancer Center, Hospital Regional Universitario de Málaga. También presentaré el horizonte que se abre en el contexto de la Red Nacional de Metástasis Cerebrales (RENACER), liderada por M. Valiente del grupo de metástasis cerebrales del Centro Nacional de Investigaciones Oncológicas y por M. J. Artiga del biobanco de la misma institución.

Esta investigación está financiada por los proyectos PDC2022-133520-I00 del Ministerio de Ciencia e Innovación/ Agencia Estatal de Investigación (doi:10.13039/501100011033) y la UE NextGenerationEU/PRTR, el proyecto SBPLY/21/180501/000145, de la Junta de Comunidades de Castilla-La Mancha y el Fondo Europeo de Desarrollo Regional (FEDER, EU) y el proyecto RENACER de la Fundación Científica de la Asociación Española contra el Cáncer (Proyectos coordinados AECC2023, PRYCO234528VALI).

## Referencias

- [1] B. OCAÑA-TIENDA, AND V. M. PÉREZ-GARCÍA. Mathematical modeling of brain metastases growth and response to therapies: A review. *Mathematical Biosciences* 109207, 2024.
- [2] B. OCANA-TIENDA, O. LEON-TRIANA, J. PEREZ-BETETA, J. JIMÉNEZ-SÁNCHEZ, V. M. PEREZ-GARCIA. Radiation necrosis after radiation therapy treatment of brain metastases: A computational approach. *PLOS Computational Biology* **20**(1) e1011400, 2024.

- [3] B. OCAÑA-TIENDA, J. PÉREZ-BETETA, J.A. ROMERO-ROSALES, B. ASENJO, A. ORTIZ, L.A. PÉREZ ROMASANTA, J.D. ALBILLO, F. NAGIB, M. VIDAL DENIS, B. LUQUE, E. ARANA, V.M. PÉREZ-GARCÍA. Volumetric Analysis: Rethinking Brain Metastases Response Assessment. *Neuro-Oncology Advances* **6**(1), 1-9, 2024.
- [4] B. OCAÑA-TIENDA, J. PÉREZ-BETETA, J. D. VILLANUEVA, J. A. ROMERO, D. MOLINA, Y. SUTER, B. ASENJO, D. ALBILLO, A. ORTIZ, L.A. PÉREZ-ROMASANTA, E. GONZÁLEZ, M. LLORENTE, N. CARBALLO, F. NAGIB, M. VIDAL, B. LUQUE, M. REYES, E. ARANA, V. M. PÉREZ-GARCÍA. A comprehensive dataset of annotated brain metastasis MR images with clinical and radiomic data. *Scientific Data* **10**, 208, 2023.
- [5] J. D. VILLANUEVA-GARCÍA, J. PÉREZ-BETETA, D. MOLINA-GARCÍA, V. M. PÉREZ-GARCÍA An open MRI defacing algorithm based on object detection and deep learning algorithms. *preprint enviado a Artificial Intelligence in Medicine*, 2024.

Laboratorio de Oncología Matemática  
Departamento de Matemáticas & Instituto de Matemática Aplicada a la Ciencia y la Ingeniería  
Universidad de Castilla-La Mancha,  
<https://molab.es>  
[victor.perezgarcia@uclm.es](mailto:victor.perezgarcia@uclm.es)

## 6. Sesiones especiales

### 6.1. S01 Álgebra Topológica

VI Encuentro Conjunto RSME-SMM

València, 1-5 de Julio de 2024

**Sesión Especial “Álgebra Topológica”**

Organizadores:

**Gerardo Acosta**, Universidad Nacional Autónoma de México,

gacosta@im.unam.mx

**Salvador García-Ferreira**, Universidad Nacional Autónoma de México,

sgarcia@matmor.unam.mx

**Manuel Sanchis**, Universitat Jaume I de Castelló,

sanchis@uji.es

## Graev fuzzy metric

Cristina Bors

**Palabras clave:** Graev metric, fuzzy metric space, free group

**Mathematics Subject Classification 2020:** 03E72, 08A72, 20N25

### Resumen

By Graev’s Extension Theorem, for every metric  $d$  on  $X \cup \{e\}$  there exists a metric  $d_G$  on the free group  $F(X)$  with the following properties:

1.  $d_G$  extends  $d$ .
2.  $d_G$  is a two sided invariant metric on  $F(X)$ .
3.  $d_G$  is maximal among all invariant metrics on  $F(X)$  extending  $d$ .

We present the notion of Graev fuzzy metric  $(M_G, *)$  in the context of fuzzy metric spaces in the sense of George and Veeramani. We study this new concept and we analyze its most important properties. In particular, we show that, given a fuzzy metric space  $(X, M, *)$ , there exists a metric  $(M_G, *)$  on the free group  $F(X)$  with the following properties:

1.  $(M_G, *)$  extends  $(M, *)$ .
2.  $(M_G, *)$  is a two sided invariant metric on  $F(X)$ .
3.  $(M_G, *)$  is minimal among all invariant metrics on  $F(X)$  extending  $(M, *)$ .

Universitat Jaume I de Castelló

Castelló, Spain

chis@uji.es

# Thin subsets of topological groups and ideals of group and Fourier algebras.

Jorge Galindo

**Palabras clave:** Riesz sets, Rosenthal sets and  $\Lambda$ -sets, Fourier algebra

**Mathematics Subject Classification 2020:** 46H05, 46H20, 43A46

## Resumen

In this talk we will consider Riesz sets, Rosenthal sets and  $\Lambda(1)$ -sets contained in discrete groups. They can be defined through some sort of interpolation property and can be regarded as thin in a very wide sense. For arbitrary commutative groups, we will show how to construct Rosenthal sets that are not  $\Lambda(1)$  and, for a class of noncommutative groups, how to construct Riesz sets that are not  $\Lambda(1)$ . This will help to find ideals of  $L^1(\widehat{G})$ , the group algebra of the character group of  $G$ , and of  $A(G)$ , the Fourier algebra of  $G$ , that are Arens regular but not reflexive.

Universitat Jaume I de castelló Castellón, Spain  
galindoj@uji.es

# Llevando la construcción de Hartman-Mycielski de grupos topológicos a grupos semitopológicos

Marcela López Gaytán

**Palabras clave:** axiomas de separación, grupo (semi)topológico

**Mathematics Subject Classification 2020:** 22A15, 22A20

## Resumen

La construcción de Hartman-Mycielski es una herramienta bien conocida y muy importante en la teoría de los grupos topológicos, que consiste en asociar a cada grupo topológico  $G$  un nuevo grupo topológico  $G^\bullet$  que es conexo por trayectorias y localmente conexo por trayectorias. Sabemos que  $G$  está encajado en  $G^\bullet$  como subgrupo cerrado y además que ambos grupos topológicos comparten diversas propiedades, en el sentido que,  $G$  tiene  $\mathcal{P}$  si y sólo si  $G^\bullet$  tiene  $\mathcal{P}$ , donde  $\mathcal{P}$  es una propiedad topológico-algebraica. Teniendo en cuenta las ventajas que se obtienen al trabajar con el nuevo grupo topológico  $G^\bullet$  nos propusimos extender esta idea al caso de los grupos semitopológicos. Cambiar la estructura topológica de un grupo trae consigo diferencias importantes. Nuestro objetivo es abordar las propiedades más sobresalientes en el caso topológico y verificar si se siguen satisfaciendo en el caso semitopológico, o bien, dar condiciones para obtenerlas. También voy a presentar de manera general las propiedades que se comparten entre  $G$  y  $G^\bullet$  cuando  $G$  es un grupo semitopológico.

Universidad Autónoma Metropolitana, Iztapalapa,  
CDMX, México.  
pantmarce@gmail.com

# Categorías enriquecidas: un marco adecuado para el estudio de diversas estructuras matemáticas

Jesús Rodríguez-López

**Palabras clave:** categories, morphisms, complete uniform spaces

**Mathematics Subject Classification 2020:** 16B50, 18C40, 54E15

## Resumen

En una categoría, los morfismos entre dos objetos son clases. Si, por ejemplo, estas clases de morfismos son conjuntos, entonces se tiene una categoría localmente pequeña. Cuando las clases de morfismos pertenecen a una categoría monoidal  $\mathbf{V}$ , entonces se obtiene una categoría enriquecida sobre  $\mathbf{V}$  [4]. Así, si  $\mathbf{V} = \mathbf{Set}$  se obtienen las categorías localmente pequeñas; si  $\mathbf{V} = \mathbf{Cat}$  se obtienen las 2-categorías; si  $\mathbf{V} = \mathbf{2}$  se obtienen los conjuntos preordenados; etc. Un caso fundamental fue el considerado por Lawvere en 1973 [5] cuando mostró que los espacios casi-seudométricos extendidos pueden interpretarse también como categorías enriquecidas sobre un cuantil de modo que, particularizando algunas construcciones y resultados de la teoría de categorías, se puede obtener parte de la teoría de espacios métricos, como la noción de completitud.

Además de las anteriores estructuras matemáticas, se ha demostrado que otros conceptos más recientes pueden interpretarse también como categorías enriquecidas, tales como los espacios métricos probabilísticos [2]; espacios métricos parciales [3]; conjuntos preordenados  $M$ -valuados [6]; etc.

En esta charla repasaremos esta visión de ciertas estructuras matemáticas como categorías enriquecidas. Asimismo, veremos que los espacios casi-seudométricos modulares [1, 7] también se pueden interpretar como categorías enriquecidas sobre un cuantil adecuado.

## Referencias

- [1] V. V. CHISTYAKOV. *Metric modular spaces. Theory and applications*. Springer, 2015.
- [2] D. HOFMANN AND C. D. REIS. Probabilistic metric spaces as enriched categories. *Fuzzy Sets Syst.* **210** (2013), 1–21.
- [3] D. HOFMANN E I. STUBBE. Topology from enrichment: the curious case of partial metrics. *Cah. Topol. Géom. Différ. Catég.* **59** (2018), 307–353.
- [4] G. M. KELLY. Basic concepts of enriched category theory. *Repr. Theory Appl. Categ.* **19**, vi+137 pp., 2005.
- [5] F. W. LAWVERE. Metric spaces, generalized logic, and closed categories. *Rend. Sem. Mat. Fis. Milano* **43** (1973), 135–166.
- [6] Q. PU Y D. ZHANG. Preordered sets valued in a GL-monoid. *Fuzzy Sets Syst.* **187** (2012), 1–32.
- [7] K. SEBOGODI. *Some topological aspects of modulars quasi-metric spaces* Ph.D. thesis, University of the Witwatersrand, Johannesburg, 2019.

Instituto Universitario de Matemática Pura y Aplicada  
Universitat Politècnica de València, Spain  
jrlopez@upv.es

# La construcción de Hartman-Mycielski en grupos semitopológicos II

Iván Sánchez

**Palabras clave:** grupo semitopológico, función cardinal, compleción de un espacio uniforme

**Mathematics Subject Classification 2020:** 22A15, 54H15, 30B60

## Resumen

La construcción de Hartman-Mycielski es una herramienta bien conocida y muy importante en la topología. Motivados por la construcción de Hartman-Mycielski en grupos topológicos, a cada grupo semitopológico  $G$  se le asocia funtorialmente un grupo semitopológico  $G^\bullet$  que es conexo por trayectorias y localmente conexo por trayectorias. En esta plática vamos a mostrar algunas propiedades que son compartidas por  $G$  y  $G^\bullet$ : axiomas de separación, funciones cardinales y propiedades del tipo simetría. También vamos a analizar si partiendo de una uniformidad  $\mathcal{U}$  en  $G$ , podemos construir una uniformidad  $\mathcal{U}^\bullet$  en  $G^\bullet$ . Nos interesa saber cuándo  $\mathcal{U}^\bullet$  es completa y, si no lo es, mostrar quién es su completación. Este es un trabajo conjunto con Marcela López Gaytán.

Universidad Autónoma Metropolitana, Iztapalapa,  
CDMX, México.  
isr.uami@gmail.com

## 6.2. S02 Estructuras, espectros y coloraciones en gráficas y digráficas

VI Encuentro Conjunto RSME-SMM

València, 1-5 de Julio de 2024

Sesión Especial “Estructuras, espectros y coloraciones en gráficas y digráficas”

Organizadores:

**Mika Olsen**, Universidad Autónoma Metropolitana Unidad Cuajimalpa,

olsen@cua.uam.mx

**Cristina Dalfó**, Universitat de Lleida,

cristina.dalfo@udl.cat

# Coloraciones arcoíris balanceadas en el hipercubo $n$ -dimensional sobre $t$ -elementos

Gabriela Araujo-Pardo

**Palabras clave:** hypergraphs,  $n$ -cube, upper chromatic number, upper chromatic balanced colorings

**Mathematics Subject Classification 2020:** 05C15

## Resumen

En este trabajo consideramos al **hipercubo  $n$ -dimensional sobre  $t$ -elementos** como una hipergráfica donde el conjunto de vértices son los puntos del  $n$ -cubo y las hiperaristas son las líneas paralelas a los ejes y las diagonales de todos los hiperplanos maximales. Por ejemplo, si el cubo es 3-dimensional, las hiperaristas son todas las líneas horizontales, verticales y diagonales de los planos  $xy$ ,  $yz$  y  $xz$ , mas las cuatro diagonales que pasan por el centro del cubo y cruzan todos los planos paralelos en cada dirección.

Estudiamos el concepto de **coloraciones arcoíris-balanceadas** y de **número cromático superior balanceado** en esta hipergráfica.

Una coloración es **balanceada** si todas las clases cromáticas tienen la misma cardinalidad o difieren a lo más en uno y es **arcoíris** si al menos una hiperarista tiene todos sus vértices de colores diferentes. El **número cromático superior balanceado** es el máximo número de colores con el que puede colorearse el hipercubo con la propiedad de que no exista ninguna coloración arcoíris-balanceada. Acotamos superiormente este número y mostraremos que esta cota es exacta para  $n \geq 2$  y  $t \geq 4n - 2$ . Además, mostramos que la cota se alcanza en algunos casos donde  $n$  y  $t$  tienen valores pequeños.

Este es un trabajo conjunto con Silvia Fernández-Merchant, Adriana Hansberg, Dolores Lara, Amanda Montejano y Deborah Oliveros.

## Referencias

- [1] G. Araujo-Pardo, S. Fernández-Merchant, A. Hansberg, D. Lara, A. Montejano, D. Oliveros, The exact balanced upper chromatic number of the  $n$ -cube over  $t$  elements, 36th Canadian Conference on Computational Geometry, 2024, to appear.

- [2] G. Araujo-Pardo, S. Fernández-Merchant, A. Hansberg, D. Lara, A. Montejano, D. Oliveros, Bounding the balanced upper chromatic number, Discrete Mathematical Days Conference, 2024, to appear.
- [3] A. Montejano, Rainbow considerations around the Hales-Jewett Theorem, preprint, 2024, arXiv:2403.13726.

Universidad Nacional Autónoma de México  
 04510 Coyoacan, Ciudad de México, México  
 garaujo@im.unam.mx

## On the product of the largest and smallest eigenvalues of a graph

Miquel Àngel Fiol

**Palabras clave:** Interlacing, eigenvalues, maximum degree

**Mathematics Subject Classification 2020:** 05C25, 05C50

### Resumen

We use eigenvalue interlacing to derive an inequality between a graph's maximum degree and its maximum and minimum adjacency eigenvalues. The equality case is fully characterized.

This is joint work with Aida Abiad (Eindhoven University of Technology) and Cristina Dalfó (Universitat de Lleida).

### Referencias

- [1] A. Abiad, C. Dalfó, and M. A. Fiol, Algebraic characterizations of regularity properties in bipartite graphs, *European J. Combin.* 34(8) (2013) 1223–1231.
- [2] P. Csikvári, Note on the sum of the smallest and largest eigenvalues of a triangle-free graph, *Linear Algebra Appl.* 650 (2022) 92–97.
- [3] D. A. Gregory, D. Hershkowitz, and S. J. Kirkland, The spread of the spectrum of a graph, *Linear Algebra Appl.* 332–334 (2001) 23–35.
- [4] W. H. Haemers, Interlacing eigenvalues and graphs, *Linear Algebra Appl.* 226–228 (1995) 593–616.
- [5] H. Rojo, O. Rojo, and R. Soto, Related bounds for the extreme eigenvalues, *Comput. Math. Appl.* 38 (1999) 229–242.

Universitat Politècnica de Catalunya  
 Barcelona  
 miguel.angel.fiol@upc.edu

## L(2,1)-coloraciones glotonas

Julián Fresán-Figueroa

**Palabras clave:** Greedy algorithm, L(2,1)-colorings, L(2,1)-Grundy

**Mathematics Subject Classification 2020:** 05C15, 05C85

## Resumen

Resumen: Una  $L(2,1)$ -coloración de una gráfica consiste en asignar números enteros no negativos a sus vértices, de manera que dos vértices adyacentes reciban números que difieran al menos en 2, y dos vértices no adyacentes pero con un vecino común reciban números que difieran al menos en 1. El objetivo es minimizar el valor del número más grande asignado a los vértices, un problema que suele ser muy complejo.

Un algoritmo glotón es una técnica eficiente para encontrar una  $L(2,1)$ -coloración, y podría ayudar a determinar el número más grande asignado. Sin embargo, ¿cuán ineficaz puede ser una coloración obtenida mediante un algoritmo glotón? En esta charla, abordaremos el problema de determinar qué tan mal puede resultar el utilizar un algoritmo glotón para dar una  $L(2,1)$ -coloración.

Este es un trabajo conjunto con Diego González-Moreno, Nahid Yelene Javier Nol y Mika Olsen.

Universidad Autónoma Metropolitana Unidad Cuajimalpa  
05348 Cuajimalpa, Ciudad de México, México  
j fresan@cua.uam.mx

## Colorear grafos de Cayley

Kolja Knauer

**Palabras clave:** Grafo de Cayley, teoría de grupos

**Mathematics Subject Classification 2020:** 05C15, 05C25

## Resumen

Un grafo de Cayley  $\text{Cay}(G, C)$  de un grupo finito  $G$  es *minimal* si  $C$  es un conjunto generador de  $G$  minimal por inclusion. En los setenta, Babai discute por primera vez el problema de determinar el número cromático de un grafo de Cayley minimal y propone una conjetura fuerte que implicaría que todos estos grafos tienen número cromático acotado por una constante global. En este trabajo mostramos que esta conjetura fuerte es falsa. Sin embargo también mostramos que todo grafo minimal de un grupo nilpotente o dihedral generalizado tiene número cromático a lo mucho tres. También encontramos grafos minimales de Cayley con número cromático cuatro y mostramos que eso es lo más alto posible hasta orden 215. Nótese que, veinte años más tarde, el mismo Babai propuso otra conjetura fuerte que implica que existen familias de grafos minimales de Cayley con número cromático no acotado. Esta sigue abierta.

Universitat de Barcelona  
Barcelona  
kolja.knauer@ub.edu

## On local bipartite Moore graphs

Nacho López

**Palabras clave:** Moore bound, bipartite graph

**Mathematics Subject Classification 2020:** 05C35

## Resumen

Given the values of the maximum degree  $d$  and the (even) girth  $g$  of a bipartite graph, there is a natural lower bound for its number of vertices known as the bipartite Moore bound. Graphs attaining such a bound are referred to as bipartite Moore graphs. The fact that there are very few bipartite Moore graphs suggests the definition of local bipartite Moore graphs. Here we consider the problem of classifying these graphs according to their ‘proximity’ to some properties that a theoretical bipartite Moore graph should have.

This is joint work with Josep Conde (Universitat de Lleida) and Gabriela Araujo-Pardo (UNAM).

Universitat de Lleida  
Lleida  
nacho.lopez@udl.cat

## Problemas anti-Ramsey en digráficas: ciclos dirigidos arcoiris.

Juan José Montellano-Ballesteros

**Palabras clave:** Digráficas, Anti-Ramsey, ciclos dirigidos, coloración de arcos

**Mathematics Subject Classification 2020:** 05C15

## Resumen

Sea  $\overleftrightarrow{K}_n$  la biorientación completa de  $K_n$ . Dada una coloración de los arcos de  $\overleftrightarrow{K}_n$ , una subdigráfica  $D$  de  $\overleftrightarrow{K}_n$  será llamada *arcoiris* si no hay dos arcos de  $D$  que hayan recibido el mismo color. Dada una digráfica  $D$  y un entero positivo  $n$ , sea  $\overrightarrow{ar}(n, D)$  el mínimo entero  $k$ , tal que toda coloración de los arcos de  $\overleftrightarrow{K}_n$  con  $k$  colores contiene una copia arcoiris de  $D$ . Esto puede considerarse una extensión natural de los problemas anti-Ramsey introducidos por Erdős, Simonovits y Sós en 1978. En esta plática nos centraremos en el caso en que  $D$  es un ciclo dirigido de orden  $p \geq 4$ . El caso para  $p = 3$  se resuelve en [1].

Dado un entero  $p \geq 4$ , sea  $\overrightarrow{C}_p$  el ciclo dirigido con  $p$  vértices y dados los enteros  $n \geq p \geq 3$  sea  $\tau(n, p)$  el tamaño máximo de una gráfica de orden  $n$  libre de subgráficas isomorfas a  $K_p$  (el número de Turán).

Es esta plática veremos que para toda  $n \geq 4$ ,

$$\tau(n, 4) + 2 \leq \overrightarrow{ar}(n, \overrightarrow{C}_4) \leq \tau(n, 4) + 4;$$

y para todo par de enteros  $n \geq p \geq 5$ ,

$$\tau(n, p) + 2 \leq \overrightarrow{ar}(n, \overrightarrow{C}_p) \leq \tau(n, p) - 3 \binom{p}{2} + 16(p-2)^2(p-1)^4 + 6.$$

## Referencias

- [1] W. LI, S. ZHANG, R. LI. Rainbow triangles in arc-colored digraphs. *Discrete Applied Mathematics*. **314**, 169–180, 2022.

Universidad Nacional Autónoma de México  
04510 Coyoacan, Ciudad de México, México  
juancho@im.unam.mx

# Sobre la estructura cíclica de los torneos bipartitos

Nahid Yelene Javier Nol

**Palabras clave:** Digráficas, Torneos, Ciclos

**Mathematics Subject Classification 2020:** 05C20, 05C38

## Resumen

En 1999 V. Neumann-Lara introduce un invariante numérico la inconexión acíclica de una digráfica, el cual se define como el máximo número de colores que se requiere para colorear los vértices de una digráfica de tal forma que no haya ciclos bien coloreados. Un ciclo está bien coloreado cuando cualquier par de vértices adyacentes recibe colores diferentes. Este parámetro mide la complejidad de la estructura cíclica de las digráficas, a menores valores, mayor es su complejidad, por lo que la inconexión acíclica es un parámetro muy complicado de determinar por esta razón solo se ha estudiado en algunas familias de digráficas, particularmente en torneos circulantes, torneos regulares, torneos bipartitos, etc. En esta plática hablaremos de la inconexión acíclica de una familia de torneos bipartitos circulantes.

Este es un trabajo conjunto con Ilan A. Goldfeder y Joaquín Tey.

## Referencias

- [1] A.P. Figueroa, B. Llano, M. Olsen, E. Rivera Campo, *On the acyclic disconnection of multipartite tournaments*, Discrete Appl. Math. 160 (2012) 1524-1531.
- [2] V. Neumann-Lara, *The acyclic disconnection of a digraph*. 16th British Combinatorial Conference (London, 1997). Discrete Math. 197/198 (1999), 617-632.

Universidad Autónoma Metropolitana Unidad Iztapalapa  
09340 Iztapalapa, Ciudad de México, México  
nahid@xanum.uam.mx

# Sobre Gráficas de Fichas

Mónica Reyes

**Palabras clave:** Gráfica de fichas, espectro laplaciano, gráfica de voltaje, partición regular

**Mathematics Subject Classification 2020:** 05C15, 05C10, 05C50

## Resumen

En la teoría de gráficas, existen diferentes operaciones que construyen una gráfica "grande.<sup>a</sup> partir de una "más pequeña". Entonces, la pregunta es qué propiedades de la primera se pueden deducir (o al menos aproximar) a partir de las propiedades de la segunda. Una de estas operaciones que recientemente ha recibido atención en la literatura es la construcción de gráficas de fichas. La gráfica de fichas  $F_k(G)$  de una gráfica  $G$  es la gráfica cuyos vértices son los  $k$ -subconjuntos de vértices de  $G$ , dos de los cuales son adyacentes cuando su diferencia simétrica es un par de vértices adyacentes en  $G$ . En esta charla, discutiremos algunos hechos interesantes sobre las gráficas de fichas.

Este es un trabajo conjunto con Cristina Dalfó (Universitat de Lleida), Miquel Àngel Fiol (Universitat Politècnica de Catalunya) y Arnau Messegué (Universitat de Lleida).

## Referencias

- [1] K. Audenaert, C. Godsil, G. Royle, and T. Rudolph, Symmetric squares of graphs, *J. Combin. Theory B* **97** (2007) 74–90.
- [2] C. Dalfó, F. Duque, R. Fabila-Monroy, M. A. Fiol, C. Huemer, A. L. Trujillo-Negrete, and F. J. Zaragoza Martínez, On the Laplacian spectra of token graphs, *Linear Algebra Appl.* **625** (2021) 322–348.
- [3] C. Dalfó, and M. A. Fiol, On the algebraic connectivity of token graphs, *J. Algebr. Comb.* (2024) <https://doi.org/10.1007/s10801-024-01323-0>.
- [4] R. Fabila-Monroy, D. Flores-Peñaloza, C. Huemer, F. Hurtado, J. Urrutia, and D. R. Wood, Token graphs, *Graphs Combin.* **28** (2012), no. 3, 365–380.
- [5] S. Ibarra and L. M. Rivera, The automorphism groups of some token graphs, [arXiv:1907.06008v3](https://arxiv.org/abs/1907.06008v3) [math.CO]

Universitat de Lleida  
Lleida  
[monicaandrea.reyes@udl.cat](mailto:monicaandrea.reyes@udl.cat)

### 6.3. S03 Polinomios Ortogonales y Funciones Especiales

VI Encuentro Conjunto RSME-SMM

València, 1-5 de Julio de 2024

Sesión Especial “Polinomios Ortogonales y Funciones Especiales”

Organizadores:

**Luis E. Garza**, Universidad de Colima,

luis\_garza1@uclm.mx

**Edmundo J. Huertas**, Universidad de Alcalá,

edmundo.huertas@uah.es

**Manuel Mañas**, Universidad Complutense de Madrid,

manuel.manas@ucm.es

## Polinomios ortogonales múltiples discretos.

Itsaso Fernández-Irisarri

**Palabras clave:** Ortogonalidad múltiple, Ecuaciones de Pearson

**Mathematics Subject Classification 2020:** 33C45, 42C05

### Resumen

En esta sesión se tratará la ortogonalidad múltiple de dos pesos que satisfacen ecuaciones de Pearson. Los polinomios ortogonales se expresan en términos de funciones  $\tau$ , dichas funciones resultan ser wronskianos dobles de series hipergeométricas generalizadas. Se estudian la matriz de Laguerre-Freud y los efectos de las relaciones hipergeométricas. Las funciones  $\tau$  generan soluciones de extensiones multicomponente de la ecuación de Toda y de la ecuación de Toda discreta de Nijhoff-Capel. Actualmente se están estudiando casos más generales de ortogonalidad múltiple.

Universidad Complutense de Madrid

Madrid, España

itsasofe@ucm.es

## El Rol Emergente de los Polinomios Ortogonales en Deep Learning y Machine Learning.

Lino Gustavo Garza Gaona

**Palabras clave:** Polinomios ortogonales, Machine learning, Deep learning

**Mathematics Subject Classification 2020:** 33C45, 42C05

## Resumen

Este estudio exploratorio se sumerge en el panorama actual del uso de polinomios ortogonales en el ámbito del deep learning y el machine learning. Esta charla tiene como objetivo ofrecer una visión general sobre cómo los polinomios ortogonales están emergiendo como una herramienta prometedora para la optimización de modelos en estos campos. Abordaremos los fundamentos teóricos de los polinomios ortogonales y su potencial aplicación en la optimización de algoritmos.

Universidad de Monterrey  
Monterrey, Nuevo León, México  
lino.garza@udem.edu

## On the Hahn's property for matrix orthogonal polynomials on the unit circle

Luis Enrique Garza Gaona

**Palabras clave:** Matrix orthogonality, Classical polynomials

**Mathematics Subject Classification 2020:** 33C45, 42C05

## Resumen

In this contribution, we characterize the sequences of matrix orthogonal polynomials on the unit circle (**MOPUC**) whose derivatives are also orthogonal, i.e. the orthogonal sequences satisfying the Hahn's property. Equivalently, we characterize classical matrix linear functionals on the unit circle. Joint work with Edinson Fuentes.

Universidad de Colima  
Colima, México  
luis\_garza1@ucol.mx

## Perturbations of bilinear forms. The Sobolev case.

Francisco Marcellán Español

**Palabras clave:** Sobolev orthogonality, CMV matrices

**Mathematics Subject Classification 2020:** 33C45, 42C05

## Resumen

In this presentation we analyze some perturbations of bilinear forms, including the Sobolev type case with respect to measures supported in the real line and the unit circle, respectively. A matrix interpretation in terms of banded matrices and CMV matrices is discussed. Joint work with Ignacio Zurrián, Universidad de Sevilla.

Universidad Carlos III de Madrid  
Madrid, España  
pacomarc@ing.uc3m.es

# On differential systems related to Generalized Charlier Orthogonal Polynomials.

Cristina Rodríguez-Perales

**Palabras clave:** Charlier polynomials, Painlevé equations

**Mathematics Subject Classification 2020:** 33C45, 42C05

## Resumen

In this work we tackle the regularisation of a differential system related to generalized Charlier orthogonal polynomials. We also deal with the Hamiltonian structure of the systems obtained in the final charts. Furthermore, we study how the recurrence coefficients of these polynomials are connected to the Painlevé equations. Joint work with G. Filipuk.

## Referencias

- [1] A. Dzhamay, G. Filipuk, A. Stokes, *Differential equations for the recurrence coefficients of semi-classical orthogonal polynomials and their relation to the Painlevé equations via the geometric approach*, Studies in Applied Mathematics 148 (4) 2022, 1656–1702.
- [2] G. Filipuk and W. Van Assche, *Recurrence coefficients of generalized Charlier polynomials and the fifth Painlevé equation*, Proc. Amer. Math. Soc. 141 (2) 2013, 551–562.
- [3] G. Filipuk, *On the regularisation of the differential system related to the deformed Laguerre Orthogonal Polynomials*, preprint.

Universidad de Almería  
Almería, España  
crp170@ual.es

# Semiclassical Properties and Zero Dynamics of Truncated Freud Orthogonal Polynomials.

Víctor Soto-Larrosa

**Palabras clave:** Freud polynomials, Zero dynamics

**Mathematics Subject Classification 2020:** 33C45, 42C05

## Resumen

We define the family of truncated Freud polynomials  $P_n(x; z)$ , orthogonal with respect to the linear functional  $\mathbf{u}$  defined by

$$\langle \mathbf{u}, \mathbf{p}(\mathbf{x}) \rangle = \int_{-z}^z \mathbf{p}(\mathbf{x}) e^{-\mathbf{x}^4} d\mathbf{x}, \quad \mathbf{p} \in \mathbb{P}, \quad \mathbf{z} > \mathbf{0}.$$

The semiclassical character of  $P_n(x; z)$  as polynomials of class 4 is stated. As a consequence, several properties of  $P_n(x; z)$  concerning the coefficients  $\gamma_n(z)$  in the three-term recurrence relation they satisfy, as well as the moments and the Stieltjes function of  $\mathbf{u}$  are studied. Ladder operators associated with such a

linear functional and the holonomic equation that the polynomials  $P_n(x; z)$  satisfy are derived. Moreover, an electrostatic interpretation of the zeros of such polynomials and the dynamics of the zeros in terms of the parameter  $z$  are given.

Universidad de Alcalá de Henares  
Alcalá de Henares, España  
v.soto@uah.es

## La clase de polinomios ortogonales hipergeométricos básicos con $q$ igual a menos uno.

Luis Verde-Star

**Palabras clave:** Polinomios  $q$ -hipergeométricos, Ortogonalidad discreta

**Mathematics Subject Classification 2020:** 33C45, 42C05

### Resumen

Presentaremos algunas propiedades básicas de la clase de todos los polinomios  $q$ -hipergeométricos con  $q = -1$ , por ejemplo, la fórmula explícita de los coeficientes de la recurrencia de tres términos, la representación de los polinomios ortogonales con respecto a una base tipo Newton, la ecuación en diferencias generalizadas que satisfacen los polinomios, los momentos con respecto a la base tipo Newton y la ortogonalidad discreta asociada a una retícula en el plano.

Algunas familias en esta clase han sido obtenidas por Vinet, Zhedanov y algunos colaboradores tomando límites cuando  $q$  tiende a menos uno de familias conocidas de polinomios  $q$ -ortogonales.

Universidad Autónoma Metropolitana  
Ciudad de México, México  
verde@xanum.uam.mx

## 6.4. S04 Análisis Armónico y Mecánica de Fluidos

VI Encuentro Conjunto RSME-SMM

València, 1-5 de Julio de 2024

Sesión Especial “Análisis Armónico y Mecánica de Fluidos”

Organizadores:

**Ángel Castro Martínez**, Instituto de Ciencias Matemáticas,

angel.castro@icmat.es

**Luis Manuel Tovar Sánchez**, ESFM Instituto Politecnico Nacional,

tovar@esfm.ipn.mx

**Omar Sánchez Antonio**, ICMAT-Universidad Autónoma de Madrid,

omar.sanchez@icmat.es

### Global in time solutions for the two-phase gravity Stokes flow.

Elena Salguero

**Palabras clave:** Gravity-Stokes flow, Incompressible fluids, Global solutions

#### Resumen

The gravity-Stokes system serves as a fundamental model for understanding the dynamics of incompressible fluids in certain regimes. We focus on the scenario where two fluids of different densities interact in a two-dimensional region without mixing. The density difference together with the gravity influence induce the dynamics of the two fluids and hence the evolution of the free interface arising between them. Through a contour dynamics approach, we address questions such as the existence of global solutions for this system and their asymptotic behavior, making emphasis on the properties of the free boundary. This talk is based in joint work with F. Gancedo and R. Granero Belinchón.

Max Planck Institute for Mathematics in the Sciences

Leipzig, Germany

elena.salguero@mis.mpg.de

### Unidirectional flocks in Collective Dynamics

Daniel Lear Claveras

**Palabras clave:** Cucker-Smale model, Collective Dynamics

#### Resumen

In this talk we will focus on the so-called Cucker-Smale model, which encode one of the simplest communication protocols that lead to emergence of two fundamental phenomena of collective action: alignment and flocking. Such systems arise in a variety of applications including biological, social and technological contexts. The problems of global well-posedness, long time behavior, and stability of flocks on the macroscopic level will be addressed. In addition, we introduce and discuss unidirectional flocks, which allows us to obtain some results in higher dimensions.

University of Cantabria  
Santander, Spain  
daniel.lear@unican.es

## Turning Singularities for the Muskat problem with quadratic growth

Omar Sánchez

**Palabras clave:** Muskat problem, Turning singularities

### Resumen

In this talk, we focus on the study of turning singularities for the Muskat problem when the interface is parameterized as

$$\mathbf{z}(\alpha, t) = \mathbf{d}(\alpha, t) + (\alpha, \alpha^2 + ct).$$

As a first step, we apply the Cauchy–Kovalevskaya theorem to obtain local existence of solutions in an analytic setting. Thus, we will define an operator  $F$  over a scale of Banach  $X_\gamma$ . The second step will be the construction of an initial data that turn over in a finite time.

ICMAT-UAM-CSIC  
Madrid, Spain  
omar.sanchez@icmat.es

## On the analyticity of the trajectories of the particles in the patch problem for some active scalar equations.

Joan Mateu Bennassar

**Palabras clave:** Euler equation, Patch problem

### Resumen

Let  $\Omega$  be a bounded domain in  $\mathbb{R}^n$  whose boundary is  $C^{1,\gamma}$  for  $\gamma \in (0, 1)$ . Consider 2D Euler equation for the vorticity or the  $n$ -D aggregation equation in the case of the initial condition being a positive multiple of the characteristic function of  $\Omega$ . In this talk we discuss on global in time analyticity of the flow generated by the velocity field which propagates the vorticity or density solution respectively. These results are obtained from a detailed study of the Beurling or Riesz transform, that represents derivatives of the velocity field. The precise estimates obtained for the solutions of an equation satisfied by the Lagrangian flow, are a key point in the development.

Universitat Autònoma de Barcelona  
Bellaterra, Barcelona Spain  
joan.mateu@uab.cat

## Cousin's Problems I and II: The bicomplex Case

Luis Manuel Tovar S.

**Palabras clave:** Cousin's problems, Mittag–Leffler's theorems

## Resumen

I present the bicomplex versions of Cousin's problems I and II, as well as their relationship with the bicomplex versions of Weierstrass' and Mittag-Leffler's theorems. We establish relations between these theorems and Cousin's problems, which reveal peculiarities of bicomplex meromorphic function theory and harmonic function theory.

E.S.F.M- Instituto Politécnico Nacional  
CDMX, México  
ltovars@ipn.mx

## Espacios alcanzables de una ecuación parabólica degenerada/singular en el semieje

Francisco Marcos López García

**Palabras clave:** Espacios de Hilbert, Espacio de Bergman ponderado, Ecuación parabólica degenerada/singular

## Resumen

Recientemente se probó que el espacio alcanzable de la ecuación del calor es un espacio de Bergman definido en un cuadrado del plano complejo. En esta plática mostramos que los espacios alcanzables de cierta ecuación parabólica degenerada/singular en el semieje, también son espacios de Hilbert con núcleo reproductor, uno de los cuales está relacionado con un espacio de Bergman ponderado.

Instituto de Matemáticas UNAM  
Cuernavaca, México  
marcos.lopez@im.unam.mx

## Conjugate Complex Harmonic Functions

Yesenia Bravo Ortega

**Palabras clave:** Bicomplex holomorphic function

## Resumen

This paper presents several properties and relations that satisfy the components of a bicomplex holomorphic function. It also exhibits several analogies and differences with the case of analytic functions.

Instituto de Matemáticas UNAM  
Cuernavaca, México  
yesenia.bravo@im.unam.mx

## Bicomplex Cauchy's Theorem: several versions

Lino F. Reséndis Ocampo

**Palabras clave:** Bicomplex Holomorphic Theory, Cauchy's theorem

## Resumen

Ghosh and Mondal in [GhMo] study bicomplex line integrals through idempotent decomposition. In this talk the same is done but using the canonical bicomplex notation  $Z_1 + jZ_2$ , finding in a very different way the results of that article with several additional properties and consequences. In particular we present the bicomplex generalizations of various versions of Cauchy's theorem given in John B. Conway's book [Co]. In the book of Luna et al [LuShStVa] Theorem 11.1.1, they present a bicomplex version of Cauchy's Theorem by integrating on a piecewise smooth curve which is the boundary of a two dimensional, piecewise smooth surface. In this paper we just require that the curve be closed rectifiable and homotopic to zero in the domain or that the first group of homotopy of the domain be zero. Some results on primitives and Morera's Theorem for bicomplex holomorphic functions are obtained. Although the idempotent version of bicomplex numbers and bicomplex holomorphic functions is very useful to generalize results in Bicomplex Holomorphic Theory in this paper it is not the fundamental tool at all.

Universidad Autónoma Metropolitana  
CDMX, México  
lfro@azc.uam.mx

## 6.5. S05 Teoría de Operadores y Variable Compleja

VI Encuentro Conjunto RSME-SMM

València, 1-5 de Julio de 2024

Sesión Especial “Teoría de Operadores y Variable Compleja”

Organizadores:

**Luciano Abadías Ullod**, Universidad de Zaragoza,

labadias@unizar.es

**Francisco Javier González Doña**, Universidad Carlos III de Madrid,

fragonza@math.uc3m.es

**Salvador Pérez Esteva**, Universidad Nacional Autónoma de México,

spesteva@im.unam.mx

## Boundedness and compactness of Hausdorff operators on Fock spaces

Óscar Blasco

**Palabras clave:** Hausdorff operator, Fock space, summing operator

**Mathematics Subject Classification 2020:** Primary 30H20; Secondary 47B38, 47B10

### Resumen

We obtain a complete characterization of the bounded Hausdorff operators acting on a Fock space  $F_\alpha^p$  and taking its values into a larger one  $F_\alpha^q$ ,  $0 < p \leq q \leq \infty$ , as well as some necessary or sufficient conditions for a Hausdorff operator to transform a Fock space into a smaller one. Some results are written in the context of mixed norm Fock spaces. Also the compactness of Hausdorff operators on a Fock space is characterized. The compactness result for Hausdorff operators on the Fock space  $F_\alpha^\infty$  is extended to more general Banach spaces of entire functions with weighted sup norms defined in terms of a radial weight and conditions for the Hausdorff operators to become  $p$ -summing are also included.

This is a joint work with Antonio Galbis.

### Referencias

- [1] Blasco, O., Galbis, A. *Boundedness and compactness of Hausdorff operators on Fock spaces*. Trans. Amer. Math. Soc. (2024), DOI: <https://doi.org/10.1090/tran/9133>  
Published electronically: May 17, 2024
- [2] Bonet, J. *Hausdorff operators on weighted Banach spaces of type  $H^\infty$* . Complex Anal. Oper. Theory **16** (2022), no.1, Paper No. 12, 14 pp.
- [3] Galanopoulos, P.; Stylogiannis, G. *Hausdorff operators on Fock Spaces and a coefficient multiplier problem*. Proc. Amer. Math. Soc. **151** (2023), no.7, 3023–3035.

Universidad de Valencia  
46100, Burjassot, Spain  
oscar.blasco@uv.es

# A sharp estimate for the Hardy number of Koenigs domains

Francisco J. Cruz-Zamorano

**Palabras clave:** Complex Dynamics, Hardy spaces, Koenigs functions

**Mathematics Subject Classification 2020:** 30D05, 30H10, 30C85

## Resumen

For a domain  $\Omega \subset \mathbb{C}$ , its Hardy number  $h(\Omega)$  is defined as the supremum of all  $p > 0$  such that every holomorphic map  $f: \mathbb{D} \rightarrow \Omega$  belongs to the Hardy space  $H^p$  (if no such  $p$  exists,  $h(\Omega) = 0$ ). Indeed, the Hardy number of a domain can usually be characterized by its geometric properties. Following this direction, there are several recent contributions by Essén, Hansen, Poggi-Corradi, Kim, Sugawa, Karafyllia, Betsakos, Karamanlis...

The goal of this talk is to analyze the Hardy number of Koenigs domains  $\Omega$ , that is, those satisfying  $\Omega + 1 \subset \Omega$ . In particular, using tools coming from potential theory, we will show that for any Koenigs domain  $\Omega$ ,  $h(\Omega) \geq 1/2$  if and only if the logarithmic capacity of  $\mathbb{C} \setminus \Omega$  is positive; whereas  $h(\Omega) = 0$  if this capacity is zero.

One of the motivations for this work is that Koenigs domains play a central role in the field of Complex Dynamics. In particular, some implications and further improvements of the latter result can be derived within this area.

This is a joint work with M. D. Contreras, M. Kourou and L. Rodríguez-Piazza.

## Referencias

- [1] M. D. CONTRERAS, F. J. CRUZ-ZAMORANO, M. KOUROU AND L. RODRÍGUEZ-PIAZZA. On the Hardy number of Koenigs domains. *Preprint*, arXiv:2312.17101, 2023.
- [2] M. D. CONTRERAS, F. J. CRUZ-ZAMORANO, M. KOUROU AND L. RODRÍGUEZ-PIAZZA. Hardy number of Koenigs domains: Sharp Estimate. *Preprint*, arXiv:2405.17621, 2024.

Universidad de Sevilla  
E-41092, Sevilla, Spain  
fcruz4@us.es

# Bergman projection on $L^p_\nu$ induced by doubling weight

Elena de la Rosa Pérez

**Palabras clave:** Bergman projection, doubling weight, exponential weight

**Mathematics Subject Classification 2020:** 30H20, 47G10

## Resumen

The boundedness of projections on  $L^p$ -spaces is a captivating subject that has garnered significant attention over recent decades. Its appeal arises not only from the mathematical difficulties it presents but also from its many applications in pivotal questions within operator theory such as duality relationships or Littlewood-Paley inequalities for weighted Bergman spaces.

In this talk, focusing on the case where  $1 < p < \infty$ , we delve into characterizing the radial weights  $\omega$  and  $\nu$  such that  $P_\omega : L_\nu^p \rightarrow L_\nu^p$  is bounded, that is

$$\|P_\omega(f)\|_{L_\nu^p} \leq C\|f\|_{L_\nu^p}, \quad 1 < p < \infty. \quad (\dagger)$$

This remains an open problem, even when  $\nu$  is a standard weight. It is shown that the condition

$$D_p(\omega, \nu) = \sup_{n \in \mathbb{N} \cup \{0\}} \frac{(\nu_{np+1})^{\frac{1}{p}} (\sigma_{np'+1})^{\frac{1}{p'}}}{\omega_{2n+1}} < \infty$$

is necessary for  $(\dagger)$  to hold, where  $\sigma = \omega^{p'} \nu^{-\frac{p'}{p}}$  and  $\omega_x = \int_0^1 s^x \omega(s) ds$  for all  $1 \leq x < \infty$ .

Further, we prove  $D_p(\omega, \nu) < \infty$  is also sufficient for  $(\dagger)$  if the doubling properties  $\sup_{0 \leq r < 1} \frac{\int_r^1 \nu(s)s ds}{\int_{\frac{1+r}{2}}^1 \nu(s)s ds} < \infty$  and  $\sup_{0 \leq r < 1} \frac{\int_r^1 \nu(s)s ds}{\int_r^{1-\frac{1-r}{K}} \nu(s)s ds} < \infty$  for some  $K > 1$  are satisfied. In addition, we study the one weight inequality  $\|P_\omega(f)\|_{D_{\nu,k}^p} \leq C\|f\|_{L_\nu^p}$ , where

$$\|f\|_{D_{\nu,k}^p}^p = \sum_{j=0}^{k-1} |f^{(j)}(0)|^p + \int_{\mathbb{D}} |f^{(k)}(z)|^p (1-|z|)^{kp} \nu(z) dA(z) < \infty, \quad k \in \mathbb{N}.$$

The inequality  $(\dagger)$  is further studied by using the necessary condition  $D_p(\omega, \nu) < \infty$  in the case of the exponential type weights  $\nu(r) = \exp\left(-\frac{\alpha}{(1-r^l)^\beta}\right)$  and  $\omega(r) = \exp\left(-\frac{\tilde{\alpha}}{(1-r^{\tilde{l}})^\beta}\right)$ , where  $0 < \alpha, \tilde{\alpha}, l, \tilde{l} < \infty$  and  $0 < \beta, \tilde{\beta} \leq 1$ .

This is a joint work with José Ángel Peláez and Jouni Rättyä.

Departamento de Análisis Matemático, Universidad de Málaga  
29071 Málaga, Spain  
elena.rosa@uma.es

## Dunford property for composition operators on $H^p$ -spaces

F. Javier González-Doña

**Palabras clave:** Composition operators, Local spectral theory, Dunford property

**Mathematics Subject Classification 2020:** 47A15, 47A11, 47B38

### Resumen

A linear bounded operator  $T$  acting on a complex Banach space  $\mathcal{X}$  has the *Dunford property* if every local spectral subspace of  $T$  associated to closed sets are closed. In this talk, we will consider composition operators acting on  $H^p$  spaces and will characterize the Dunford property for such composition operators, as well for their adjoints, whenever they are induced by linear fractional transformations of the unit disc. This is a joint work [1] with Eva A. Gallardo-Gutiérrez and Miguel Monsalve-López.

### Referencias

- [1] E. A. GALLARDO-GUTIÉRREZ, F. J. GONZÁLEZ-DOÑA AND M. MONSALVE-LÓPEZ. Dunford property for composition operators on  $H^p$ -spaces. <https://arxiv.org/abs/2404.01939>

Universidad Carlos III de Madrid  
E-28911, Madrid, Spain  
fragonza@math.uc3m.es

# Toeplitz operators and projections

Maribel Loaiza Leyva

**Palabras clave:** Toeplitz operator, Bergman spaces,  $C^*$ -algebras

**Mathematics Subject Classification 2020:** 47B35, 30H20, 46L35

## Abstract

The  $C^*$ -algebra generated by Toeplitz operators, acting on the poly-Bergman space of order  $n$ , with vertical symbols (and with finite limits at the points  $0$  and  $\infty$ ), is isomorphic and isometric to the algebra  $\{M(x) \in M_n(\mathbb{C}) \otimes C[0, +\infty] : M(0), M(\infty) \in \mathbb{C}I\}$ . Then this algebra looks close to the  $C^*$ -algebra generated by  $n$  orthogonal projections. This implies that, inside the algebra of all bounded operators acting on the Poly-Bergman space of order  $n$ , there are  $n$  orthogonal projections that generate a  $C^*$ -algebra close related to the  $C^*$ -algebra generated by all Toeplitz operators with vertical symbols. In this talk we construct a family of projections with these characteristics. One of them is in terms of Toeplitz operators.

## Referencias

- [1] I. KAPLANSKY. The structure of certain operator algebras. *Trans. Am. Math. Soc.* **70**, 219–255, 1951.
- [2] T. K. LEE. Extreme points related to matrix algebras. *Kangweon- Kyungki Math. Jour.* **9** (1), 45-52, (2001).
- [3] J. RAMÍREZ-ORTEGA AND A. SÁNCHEZ-NUNGARAY. Toeplitz operators with vertical symbols acting on the poly-Bergman spaces of the upper half-plane. *Complex Anal. Oper. Theory* **9** (8), 1801–1817, 2015.
- [4] N. L. VASILEVSKI.  $C^*$ -Algebras generated by orthogonal projections and their applications. *Integr. Equ. Oper. Theory* **31**, 113–132, 1998.

Departamento de Matemáticas, Cinvestav  
Ciudad de México, Mexico  
mloaiza@math.cinvestav.mx

## Título charla

### Heisenberg group and Toeplitz operators

Raúl Quiroga-Barranco

**Palabras clave:** Siegel domain, Bergman spaces, Toeplitz operators, Heisenberg group

**Mathematics Subject Classification 2020:** 47B35, 32A36, 22E46, 53D20

## Resumen

Bergman spaces and Toeplitz operators acting on them are two very important concrete objects that deal both with operator theory and holomorphic functions. A particularly interesting case is the one given by the  $(n + 1)$ -dimensional Siegel domain: the open subset  $D_{n+1}$  consisting of those  $z = (z', z_{n+1}) \in \mathbb{C}^{n+1}$  that satisfy  $\text{Im}(z_{n+1}) > |z'|^2$ . On the other hand, there is a natural biholomorphic action of the Heisenberg group  $\mathbb{H}_n$  on  $D_{n+1}$ .

In this talk we will consider Toeplitz operators on the weighted Bergman spaces on  $D_{n+1}$  with essentially bounded measurable symbols invariant under the action of  $\mathbb{H}_n$ . Let us denote by  $\mathcal{T}^{(\lambda)}(L^\infty(D_{n+1})^{\mathbb{H}_n})$  the  $C^*$ -algebra generated by such Toeplitz operators, where  $\lambda > -1$  is a given weight. We will prove and discuss the following results.

1. The  $C^*$ -algebra  $\mathcal{T}^{(\lambda)}(L^\infty(D_{n+1})^{\mathbb{H}_n})$  is commutative.
2. A simultaneous diagonalizing formula is given for all Toeplitz operators with essentially bounded measurable  $\mathbb{H}_n$ -invariant symbols.
3. The isomorphism class of  $\mathcal{T}^{(\lambda)}(L^\infty(D_{n+1})^{\mathbb{H}_n})$  is independent of both the dimension and the weight. Furthermore, we describe such class with a concrete space of functions.

Besides unitary maps given by integral transforms, our results make use of coordinates in  $D_{n+1}$  obtained from the so-called moment map of a symplectic action. The latter is computed for the Heisenberg group and its center. This greatly simplifies our formulas and proofs, thus highlighting the importance of differential geometric techniques in operator theory. As part of our proof, we obtain a decomposition of weighted Bergman spaces on  $D_{n+1}$  as a direct integral of weighted Fock spaces over  $\mathbb{C}^n$ .

This is joint work with Julio Alberto Barrera-Reyes, Centro de Investigación en Matemáticas.

## Referencias

- [1] J. A. BARRERA-REYES AND R. QUIROGA-BARRANCO. Toeplitz operators on the Siegel domain and the Heisenberg group. *arXiv preprint* <https://arxiv.org/abs/2309.02540>

Centro de Investigación en Matemáticas  
Guanajuato, Guanajuato, Mexico  
quiroga@cimat.mx  
julio.barrera@cimat.mx

## Recovering bicomplex holomorphic functions

Lino F. Reséndis O.

**Palabras clave:** Bicomplex holomorphic functions, harmonic functions

**Mathematics Subject Classification 2020:** 30G35, 31B05, 32A30

## Resumen

In [3], Shaw writes a proof of a classical statement of Ahlfors ([1], p. 27-28) concerning with the reconstruction of a holomorphic function from its real or imaginary parts (without Cauchy-Riemann equations). In the same paper, Shaw defines a complex harmonic function, that is, a smooth function  $U : \Omega \subset \mathbb{C}^2 \rightarrow \mathbb{C}$ , in the domain  $\Omega$  that satisfies the complex Laplace equation

$$\frac{\partial^2 U}{\partial z_1^2} + \frac{\partial^2 U}{\partial z_2^2} = 0.$$

In this talk we give another proof of the statement of Ahlfors and we show that the bicomplex holomorphic theory is well suited for complex harmonic functions. Moreover, we recover  $V$ , a complex conjugate harmonic function of  $U$ , such that  $U + \mathbf{j}V$  is a bicomplex holomorphic function, see [2], ( $V$  is recovered without complex Cauchy-Riemann equations).

## Referencias

- [1] L. V. AHLFORS. *Complex analysis* Mc-Graw-Hill , New York, 3rd. 1979
- [2] M. E. LUNA-ELIZARRARAZ; M. SHAPIRO; DANIELE C. STRUPPA; ADRIÁN VAJIAC. *Bicomplex Holomorphic Functions: The Algebra, Geometry and Analysis*. Frontiers in Mathematics, Birkhäuser, 2015.
- [3] W. T. SHAW. Recovering Holomorphic Functions from Their Real or Imaginary Parts without the Cauchy-Riemann Equations. *SIAM REVIEW*, Vol. 46. no. 4. pp. 717-728.

Área de Análisis Matemático y sus Aplicaciones  
 Universidad Autónoma Metropolitana Unidad Azcapotzalco  
 E-02128, Mexico City, Mexico  
 lfro@azc.uam.mx

# Spectral Asymptotics for the Dirichlet-to-Neumann Operator on the Sphere

Alejandro Uribe Ahumada

**Palabras clave:** Dirichlet-to-Neumann operator, Szegő limit theorems

**Mathematics Subject Classification 2020:** 58C40, 58J40

## Resumen

The spectrum of the Dirichlet-to-Neumann operator on the sphere (associated with a potential in the ball) consists of clusters of eigenvalues around the sequence of natural numbers. By results of Weinstein and Guillemin [1, 4], the distribution of eigenvalues in the clusters can be described asymptotically by a sequence of distributions  $\beta_\ell$  on the real line, the so-called band invariants. In this work we compute the first three band invariants, using a symbol calculus developed in [3]. The expressions involve the Radon transform of differential expressions of  $q$  restricted to the sphere. A key contribution is the computation of the expansion of the Berezin symbol of the operator, associated to coherent states on the sphere. This is joint work with Salvador Pérez Esteva and Carlos Villegas Blas (IMATE-UNAM)

## Referencias

- [1] V. GUILLEMIN. Band asymptotics in two dimensions. *Adv. in Math.* **42**(3), 248–282, 1981.
- [2] LEE, JOHN M. AND UHLMANN, GUNTHER. Determining Anisotropic Real–Analytic Conductivities by Boundary Measurements. *Comm. Pure Appl. Math* **42**, 1097–1112, 1989.
- [3] A. URIBE. A symbol calculus for a class of pseudodifferential operators on  $S^n$  and band asymptotics. *J. Funct. Anal.* **59**(2), 535–556, 1984.

- [4] ALAN WEINSTEIN. Asymptotics of eigenvalue clusters for the Laplacian plus a potential. *Duke Math. J.* **47**(4), 883–892, 1977.

University of Michigan  
530 Church St.  
Ann Arbor, MI 48109-1043  
uribe@umich.edu

## 6.6. S06 Dinámica de operadores

VI Encuentro Conjunto RSME-SMM

València, 1-5 de Julio de 2024

Sesión Especial “Dinámica de Operadores”

Organizadores:

**Ronald Richard Jiménez Munguía**, Universidad Autónoma del Estado de Hidalgo,  
rjimenez@uaeh.edu.mx

**Félix Martínez Jiménez**, Universitat Politècnica de València,  
fmartinez@mat.upv.es

# Operadores representables en espacios funcionales de Banach

Celia Avalos Ramos

**Palabras clave:** Espacios funcionales de Banach, Operadores Pettis/Bochner representables, Operadores Dunford-Pettis

**Mathematics Subject Classification 2020:** 47B38, 46E30, 46G10

## Resumen

El concepto de operadores representables surge inicialmente para operadores cuyo dominio es el espacio  $L^1(\mu)$  formado por funciones integrables respecto de una medida positiva finita  $\mu$  y su característica principal es que podían representarse mediante una integral de Bochner, [1]. Posteriormente se generalizó este concepto al considerar operadores con dominio en espacios funcionales de Banach, [3]. En esta charla se presentarán algunas propiedades de los operadores Pettis y Bochner representables en este nuevo contexto. Además introduciremos el concepto de *operadores cuasi-representables* en espacios funcionales de Banach, que generalizan a los operadores cuasi-representables con dominio  $L^1(\mu)$ , [2]. Este es un trabajo conjunto con Husáí Vázquez Hernández.

## Referencias

- [1] J. DIESTEL AND J. J. UHL JR.. *Vector Measures*. R.I. Amer. Math. Soc., Providence, 1977.
- [2] R. KAUFMAN, M. PETRAKIS, L. H. RIDDLE, AND J. J. UHL.. Nearly Representable Operators. *Trans. of the Amer. Math. Soc.* **312** (1), 315–333, 1989.
- [3] M. NOWAK. Bochner representable operators on Banach function spaces. *Positivity* **22**, 1303–1309, 2018.

Universidad de Guadalajara  
Guadalajara, Jalisco, México  
celia.avalos@academicos.udg.mx

# Propiedades de seguimiento de órbitas en hiperespacios y en sistemas dinámicos difusos

Salud Bartoll Arnau

**Palabras clave:** Propiedad de especificación, Propiedad de ensombrecimiento (shadowing), Conjuntos difusos (fuzzy)

**Mathematics Subject Classification 2020:** 47A16, 37B02, 54A40, 54B20

## Resumen

Sea  $(X, f)$  un sistema dinámico discreto generado a partir de las iteraciones de una función continua  $f : X \rightarrow X$ , donde  $X$  es un espacio métrico compacto. La aplicación  $f$  induce de modo natural dos aplicaciones, a saber,  $\bar{f} : \mathcal{K}(X) \rightarrow \mathcal{K}(X)$  sobre el hiperespacio  $\mathcal{K}(X)$  de subespacios de  $X$  compactos y no vacíos y la extensión de Zadeh  $\hat{f} : \mathcal{F}(X) \rightarrow \mathcal{F}(X)$  sobre el espacio  $\mathcal{F}(X)$  de conjuntos difusos normales.

En este trabajo se analiza la interacción de algunas propiedades dinámicas de seguimiento de órbitas, como son la propiedad de especificación y la propiedad de ensombrecimiento, en un sistema dinámico discreto  $(X, f)$  y en los sistemas dinámicos discretos inducidos  $(\mathcal{K}(X), \bar{f})$  y  $(\mathcal{F}(X), \hat{f})$ . Además, añadiendo una estructura algebraica se producen resultados más fuertes; así obtenemos una caracterización completa de la propiedad de especificación en el hiperespacio, en el espacio difuso y en el espacio de fases  $X$ , si suponemos que éste último es un subconjunto compacto y convexo de un espacio localmente convexo (metrizable y completo) y  $f$  es un operador lineal.

Este es un trabajo conjunto con Félix Martínez-Giménez, Alfred Peris y Francisco Rodenas.

## Referencias

- [1] J. BANKS. Chaos for induced hyperspace maps. *Chaos Solitons Fractals* **25**, 681–685, 2005.
- [2] S. BARTOLL, F. MARTÍNEZ-GIMÉNEZ, A. PERIS. Operators with the specification property. *J. Math. Anal. Appl.* **436**, 478–488, 2016.
- [3] D. JARDÓN, I. SÁNCHEZ, M. SANCHIS. Transitivity in Fuzzy Hyperspaces. *Mathematics* **8**(11), 2020.
- [4] F. MARTÍNEZ-GIMÉNEZ, A. PERIS, F. RODENAS. Chaos on Fuzzy Dynamical Systems. *Mathematics* **9**(20), 2629, 2021.
- [5] A. PERIS. Set-valuated discrete chaos *Chaos Solitons Fractals* **26**, 19–23, 2005.

Universitat Politècnica de València  
E-46022, Valencia, Spain  
sbartoll@mat.upv.es

# Superciclicidad de operadores de composición ponderados en espacios de funciones continuas

María José Beltrán Meneu

**Palabras clave:** Operador de composición ponderado, Superciclicidad débil, Espacios de funciones holomorfas, Espacios de funciones continuas

**Mathematics Subject Classification 2020:** 47A16, 47B33, 46E15

## Resumen

Este estudio se centra en analizar la superciclicidad débil del operador de composición ponderado  $C_{\varphi,\omega}$  definido en un espacio localmente convexo  $E$  incluido en el espacio de funciones continuas  $(C(X), \tau_p)$ , donde  $\tau_p$  es la topología de la convergencia puntual y  $X$  un espacio topológico Hausdorff de carácter bastante general. Probamos, cuando  $X$  es compacto y  $E$  es un espacio de Banach que contiene una función que no se anula en ninguna parte, que el operador  $C_{\varphi,\omega}$  nunca es débilmente supercíclico en  $E$ . Se demuestra que si el símbolo  $\varphi$  está en la bola unidad del álgebra del disco  $A(\mathbb{D})$ , entonces  $C_{\varphi,\omega}$  no puede ser supercíclico respecto a la topología  $\tau_p$  ni en  $C(\mathbb{D})$  ni en el álgebra del disco  $A(\mathbb{D})$ . Finalmente proporcionamos condiciones necesarias para que un operador de composición sea débilmente supercíclico en el espacio de funciones holomorfas definidas en un abierto conexo cualquiera. Como consecuencia, mostramos que ningún operador de composición puede ser débilmente supercíclico ni en el espacio de funciones holomorfas en el disco perforado ni en el plano perforado, resultado relacionado con el problema de Bès [1, Problema 3] acerca de la equivalencia de la hiperciclicidad y la superciclicidad débil de los operadores de composición ponderados en los espacios  $H(U)$ , con  $U \subseteq \mathbb{C}$  un abierto conexo cualquiera. Este es un trabajo conjunto con Enrique Jordá y Marina Murillo-Arcila.

## Referencias

[1] J. BÈS. Dynamics of weighted composition operators. *Complex Anal. Oper. Theory* **8**, 159–176, 2014.

Universitat Jaume I  
E-12006, Castelló de la Plana, Spain  
mmeneu@uji.es

## Operadores tales que una órbita con un punto límite distinto de cero implica la existencia de órbitas densas

Antonio Bonilla Ramírez

**Palabras clave:** Hiperciclicidad, operador desplazamiento, adjunto del operador de multiplicación

**Mathematics Subject Classification 2020:** 47A16

## Resumen

Sea  $X$  un espacio de Fréchet y  $T : X \rightarrow X$  un operador lineal y continuo.  $T$  se dice hipercíclico si existe un  $x$  tal que la órbita  $\{T^n x : n \in \mathbb{N}\}$  es densa en  $X$ .

Bourdon y Feldman demuestran que si la órbita de un operador  $T$  es densa en algún sitio, entonces es densa. Cabría preguntarse si la existencia de una órbita con un punto límite distinto de cero implica la existencia de órbitas densas. La respuesta, en general, es no.

Sin embargo, en esta charla veremos que la respuesta es positiva para el desplazamiento pesado hacia atrás en espacios de Fréchet de sucesiones y el adjunto del operador de multiplicación en algunos espacios de Banach reflexivos de funciones analíticas, como el espacio de Bergman  $A^2(\mathbb{D})$  y el espacio de Hardy  $H^2(\mathbb{D})$ , extendiendo resultados anteriores de Chan y Seceleanu.

## Referencias

- [1] ANTONIO BONILLA, RODRIGO CARDECCIA, KARL-G. GROSSE-ERDMANN AND SANTIAGO MURO. Zero-one laws of orbital limit points for weighted shifts. *arXiv:2007.01641v2 [math.FA]* 18 Apr 2024.
- [2] K. C. CHAN AND I. SECELEANU. Orbital limit points and hypercyclicity of operators on analytic function spaces. *Math. Proc. R. Ir. Acad.* **110A**, 99–109, 2010.
- [3] K. C. CHAN AND I. SECELEANU. Hypercyclicity of shifts as a zero-one law of orbital limit points. *J. Operator Theory* **67**, 257–277, 2012.

Universidad de La Laguna  
La Laguna, Spain  
abonilla@ull.edu.es

## Inmersiones polinomiales de traslaciones unilaterales ponderadas dentro de traslaciones ponderadas bivariadas

Raúl E. Curto

**Palabras clave:** Inmersión polinomial, pares esféricamente cuasinormales, traslaciones ponderadas bivariadas recursivamente generadas, medida de Berger

**Mathematics Subject Classification 2020:** 47B20, 47B37, 28A50

## Resumen

Dada una sucesión acotada  $\omega$  de números positivos, y su correspondiente traslación ponderada  $W_\omega$  definida en el espacio de Hilbert  $\ell^2(\mathbb{Z}_+)$ , consideramos representaciones naturales de  $W_\omega$  en el espacio de traslaciones ponderadas bivariadas, actuando en el espacio de Hilbert  $\ell^2(\mathbb{Z}_+^2)$ . Dicho de otro modo, examinamos las distintas maneras en las que una sucesión  $\omega$  puede generar un diagrama de pesos bivariado, que corresponda a una traslación ponderada bivariada. Nuestra mejor inmersión (y la más general) surge de examinar dos polinomios no-negativos  $p$  y  $q$  en un intervalo cerrado  $I \subseteq \mathbb{R}_+$  y la sucesión bivariada de momentos  $\{\int p(r)^k q(r)^\ell d\sigma(r)\}_{k,\ell \in \mathbb{Z}_+}$ , donde  $W_\omega$  se supone que es subnormal con medida de Berger  $\sigma$  tal que  $\text{soporte}(\sigma) \subseteq I$ ; tal inmersión se designa como de tipo  $(p, q)$ . Demostramos que cada inmersión de tipo  $(p, q)$  de una traslación unilateral ponderada subnormal es (conjuntamente) subnormal, y calculamos explícitamente su medida de Berger bivariada.

Aplicamos este resultado para responder a tres preguntas no previamente resueltas en la literatura:

- (i) ¿Puede la traslación de Bergman ser inmersa en una traslación ponderada bivariada subnormal que a su vez es esféricamente isométrica? En caso de que ésto sea cierto, cuál es su medida de Berger?
- (ii) ¿Puede una traslación unilateral ponderada contractiva ser inmersa en una traslación ponderada bivariada que sea esféricamente isométrica?
- (iii) ¿Existe acaso una traslación bivariada ponderada  $\Theta(W_\omega)$  (donde  $\Theta(W_\omega)$  denota la *inmersión clásica* de una traslación unilateral ponderada  $W_\omega$ ) que sea (conjuntamente) hiponormal, y tal que alguna potencia natural de  $\Theta(W_\omega)$  **no** sea hiponormal?

También presentamos una forma alternativa de calcular la medida de Berger para las traslaciones de Agler  $A_j$  ( $j \geq 2$ ). Nuestra investigación usa técnicas de la teoría de desintegración de medidas, las funcionales de Riesz, y el cálculo funcional para las columnas de la matriz de momentos asociada con la inmersión polinomial.

Esta presentación está basada en un trabajo reciente con Sang Hoon Lee (Chungnam National University, República de Corea) y Jasang Yoon (The University of Texas Rio Grande Valley, EE. UU.) [1].

## Referencias

- [1] R.E. CURTO, S.H. LEE AND J. YOON. Polynomial embeddings of unilateral weighted shifts in 2-variable weighted shifts. *Integral Equations Operator Theory* **93**(2021), 1–29, art. 64.

University of Iowa  
52242, Iowa City, Iowa, USA  
raul-curto@uiowa.edu

## Invertibilidad de polinomios en espacios de Banach

Maite Fernández Unzueta

**Palabras clave:** Polinomio invertible, Producto tensorial, Espacio de Banach

**Mathematics Subject Classification 2020:** 47H60, 46B28, 46T05

## Resumen

A diferencia de lo que sucede con los operadores lineales y continuos, en general no cabe esperar que un polinomio continuo suprayectivo entre espacios de Banach sea un operador abierto. Incluso si se pide que el polinomio sea biyectivo, como probó S. Rolewicz en 1958. En esta plática veremos familias de polinomios invertibles y veremos también condiciones con las que garantizar la continuidad de la inversa de un polinomio. Para ello construiremos primero una variedad de Banach homeomorfa al espacio, a través de la cual factorizará el polinomio.

CIMAT  
Calle Jalisco S/N, Mineral de Valenciana,  
Guanajuato, Gto., México  
C.P. 36023  
maite@cimat.mx

## Hiperciclicidad de operadores de desplazamiento en espacios de árboles

Rubén A. Martínez Avendaño

**Palabras clave:** Operadores de desplazamiento, árboles infinitos

**Mathematics Subject Classification 2020:** 47A16, 47B37, 05C05, 05C63

## Resumen

En árboles infinitos, hay una manera natural de definir desplazamientos hacia atrás o hacia adelante. En esta charla mostraremos, para diferentes estructuras de espacio de Banach en estos árboles, cuándo los operadores de desplazamiento hacia atrás son hipercíclicos y cuándo no.

Instituto Tecnológico Autónomo de México  
Ciudad de México, México  
ruben.martinez.avendano@gmail.com

# Dinámica de productos sesgados de operadores en espacios de Fréchet

Francisco Rodenas Escribá

**Palabras clave:** Productos sesgados de operadores, Vectores periódicos, Transitividad, Operadores de Convolución, Operadores Adjuntos de Multiplicación

**Mathematics Subject Classification 2020:** 47A16, 47B38

## Resumen

El objetivo principal de este trabajo consiste en el estudio de algunas propiedades dinámicas de cierta clase de productos sesgados de operadores actuando sobre un espacio de Fréchet. En particular, presentamos un criterio para la densidad de puntos periódicos y otro para la transitividad topológica de dichos productos sesgados. Como ejemplos, mostramos que los productos sesgados de operadores de convolución definidos en el espacio de funciones enteras y los productos sesgados de operadores adjuntos de multiplicación definidos en el espacio de Hardy  $H^2$  de funciones holomorfas en el disco unidad, son topológicamente transitivos, débilmente mezclantes, mezclantes e incluso caóticos en el sentido de Devaney bajo algunas suposiciones sobre las funciones que definen el producto sesgado del operador.

Este es un trabajo conjunto con Félix Martínez-Giménez, Héctor Méndez-Gómez y Alfred Peris.

## Referencias

- [1] F. BAYART, G. COSTAKIS, AND D. HADJILOUCAS. Topologically transitive skew-products of operators. *Ergodic Theory Dynam. Systems* **30**(1), 33–49, 2010.
- [2] G. GODEFROY AND J. H. SHAPIRO. Operators with dense, invariant, cyclic vector manifolds. *J. Funct. Anal.* **98**(2), 229–269, 1991.
- [3] K.-G. GROSSE-ERDMANN AND A. PERIS. *Linear chaos*. Universitext, Springer, London, 2011.

Instituto de Matemática Pura y Aplicada  
Universitat Politècnica de València  
E-46022, Valencia, Spain  
frodernas@mat.upv.es

## 6.7. S07 Teoría de operadores y problemas inversos

VI Encuentro Conjunto RSME-SMM

València, 1-5 de Julio de 2024

Sesión Especial “Teoría de operadores y problemas inversos”

Organizadores:

**Francisco Javier García Pacheco**, Universidad de Cádiz,

garcia.pacheco@gm.uca.es

**Vladislav Kravchenko**, Cinvestav,

vkravchenko@math.cinvestav.edu.mx

**Fernando León Saavedra**, Universidad de Cádiz,

fernando.leon@uca.es

## Stirling y otras fórmulas obtenidas mediante familias de Khinchin

Alicia Cantón

**Palabras clave:** Familias de Khinchin, asintótico de coeficientes

**Mathematics Subject Classification 2020:** 30B10, 30E15

### Resumen

Una serie de potencias no constante,  $f$ , de coeficientes reales no negativos con radio de convergencia  $R$ , determina una familia de variables aleatorias discretas,  $(X_t)_{t \in (0, R)}$ , llamada familia de Khinchin de  $f$ .

Hayman, en [1], relaciona los coeficientes de  $f$  con medias de las funciones características de su familia de Khinchin normalizada y, bajo ciertas condiciones de  $f$  que aseguran la convergencia de esas medias cuando  $t \uparrow R$ , obtiene el comportamiento asintótico de los coeficientes de  $f$ .

En esta charla repasaremos el trabajo de Hayman que recupera de manera sencilla la fórmula de Stirling y damos nuevas condiciones para funciones de la forma  $f = e^g$  para las que la fórmula de Hayman permite conocer el crecimiento asintótico de sus coeficientes. En particular, se mostrará cómo se puede obtener la fórmula de Hardy-Ramanujan del asintótico de las particiones de los números naturales.

Este es un trabajo conjunto con José Luis Fernández, Pablo Fernández y Víctor Maciá.

### Referencias

[1] W. K. HAYMAN. A generalisation of Stirling’s formula. *J. Reine Angew. Math.* **196**, 67–95, 1956.

Universidad de Politécnica de Madrid

E-28040, Madrid, Spain

alicia.canton@upm.es

## Campos de Beltrami y operadores de transmutación

Briceyda B. Delgado

**Palabras clave:** campos de Beltrami, operadores de transmutación, bicuaternios

**Mathematics Subject Classification 2020:** 35A22, 30G35, 35Q60

## Resumen

Existe una forma clásica de construir campos de Beltrami a través de soluciones de la ecuación de Helmholtz que adicionalmente tienen divergencia nula. En esta charla, veremos algunas formas alternativas de construir a dichos campos, utilizando principalmente un operador de transmutación biquaterniónico definido en [1] así como la expresión explícita de las potencias formales asociadas a la función  $f(x) = e^{i\lambda x}$  [2]. Por último, nos enfocaremos en una clase particular de campos de Beltrami y resolveremos un problema de valor en la frontera de tipo Neumann [3].

## Referencias

- [1] V. V. KRAVCHENKO, P. E. MOREIRA AND R. M. PORTER, Complete Systems of Beltrami Fields Using Complex Quaternions and Transmutation Theory. *Adv. Appl. Clifford Algebras* **31**, 31 2021.
- [2] J. MORAIS, P. E. MOREIRA, R. M. PORTER, Formula of some integrals containing Bessel functions using transmutation theory. Preprint.
- [3] P. E. MOREIRA, B. B. DELGADO, On the construction of Beltrami fields and associated boundary value problems. Submitted to *Adv. Appl. Clifford Algebras*, 2024.

INFOTEC  
M-20326, Aguascalientes, México  
briceyda.delgado@infotec.mx

## On uniform spaces and topological modules

Francisco Javier García Pacheco

**Palabras clave:** uniform space, topological module, topological ring

**Mathematics Subject Classification 2020:** 46H25, 16W80

## Resumen

The extremal structure of zero-neighbourhoods of a topological module is analyzed reaching unexpected conclusions when the module topology is not Hausdorff. These results motivate us to introduce the notion of metric modules, which are modules endowed with a translation-invariant metric, turning them into an (additive) topological group. We study the central and diametral points of additively symmetric subsets and find examples of convex sets which are not symmetric translates (translates of additively symmetric subsets). As a consequence of all of these, it seems natural to transport the well-known Bishop-Phelps property from the category of real topological vector spaces to general topological modules over topological rings. Then we stick to particular topological rings, the unital  $C^*$ -algebras, showing that the subset of positive elements lying below the unity is an effect algebra. We also prove that every continuous linear operator on a Hausdorff locally convex topological vector space that commutes with all continuous linear projections of one-dimensional range is a multiple of the identity. Then we discuss how to transport the previous result to  $C^*$ -algebras. Finally, the Chain Rule is proved in the setting of topological modules over topological rings for uniformly differentiable functions on bounded sets.

## Referencias

- [1] F.J. GARCÍA-PACHECO, Topological Modules Geometry, *Journal of Mathematical Sciences*, **280**(1), 117—130, 2023.
- [2] F.J. GARCÍA-PACHECO The Chain Rule in Topological Modules, *Preprint*, 2024.

Departamento de Matemáticas  
Universidad de Cádiz Escuela Superior de Ingeniería  
Avda. de la Universidad 10  
Puerto Real 11519, España  
garcia.pacheco@uca.es

## Soluciones de Jost, dispersión y la realización del método de dispersión inversa

Vladislav V. Kravchenko

**Palabras clave:** dispersión, solución de Jost, Korteweg - de Vries equation

**Mathematics Subject Classification 2020:** 34L25, 35Q53, 34A45, 34A55

## Resumen

Se presentan representaciones en series para las soluciones de Jost de la ecuación de Schrödinger unidimensional [1], [2]. Varias características particulares las hacen especialmente convenientes para la solución tanto de los problemas espectrales directos en intervalos infinitos [3], como de los problemas inversos correspondientes [1], [4]. Mediante el uso de las representaciones se logró la realización del método de dispersión inversa para la solución del problema de Cauchy para la ecuación de Korteweg - de Vries [5]. En la plática hablaremos de estos desarrollos y trabajos relacionados.

## Referencias

- [1] V. V. KRAVCHENKO On a method for solving the inverse scattering problem on the line. *Math Meth Appl Sci.*, **42** , 1321-1327, (2019).
- [2] V.V. KRAVCHENKO, Direct and inverse Sturm-Liouville problems: A method of solution, *Birkhäuser, Cham*, (2020).
- [3] B. B. DELGADO, K. V. KHMELNYTSKAYA, V. V. KRAVCHENKO A representation for Jost solutions and an efficient method for solving the spectral problem on the half line. *Math Meth Appl Sci.* **43** , 9304–9319, (2020).
- [4] B. B. DELGADO, K. V. KHMELNYTSKAYA, V. V. KRAVCHENKO, The transmutation operator method for efficient solution of the inverse Sturm-Liouville problem on a half-line. *Math Meth Appl Sci.* **42** ,7359–7366, (2019).
- [5] S. M. GRUDSKY, V. V. KRAVCHENKO, S. M. TORBA, Realization of the inverse scattering transform method for the Korteweg-de Vries equation. *Math Meth Appl Sci.* **46**, 9217-9251, (2023).

Departamento de Matemáticas  
Centro de Investigación y de Estudios Avanzados del Instituto Politécnico Nacional, Querétaro  
México  
vkravchenko@math.cinvestav.edu.mx

# Operadores con conmutante y doble conmutante mínimo

Fernando León Saavedra

**Palabras clave:** Conmutante mínimo, propiedad del doble conmutante, Operadores de composición, operadores Toeplitz analíticos

**Mathematics Subject Classification 2020:** 47B35, 47B38, 30J05

## Resumen

Un operador  $T$ , definido en un espacio de Hilbert, se dice que tiene conmutante mínimo cuando su conmutante coincide con el cierre, en la topología débil de operadores (wot), de los polinomios en  $T$ . Y se dice que su doble conmutante es mínimo o que tiene la propiedad del doble conmutante si su doble conmutante coincide con el cierre wot, de los polinomios en  $T$ . Se estudian estas propiedades en varias clases de operadores naturales como operadores de composición ([2, 3]) y operadores de Toeplitz analíticos ([1]), definidos en el espacio de Hardy  $H^2(\mathbb{D})$ .

## Referencias

- [1] M.J. GONZÁLEZ, F. LEÓN-SAAVEDRA Minimal commutant and double commutant property for analytic Toeplitz operators *Preprint*, 1–27, 2024
- [2] M. LACRUZ, MIGUEL, F. LEÓN-SAAVEDRA, S. PETROVIC, AND L. RODRÍGUEZ-PIAZZA Composition operators with a minimal commutant, *Adv. Math.* **328**,890–927, 2018
- [3] M. LACRUZ, F. LEÓN-SAAVEDRA, S. PETROVIC, AND L. RODRÍGUEZ-PIAZZA The double commutant property for composition operators, *Collectanea Math.* **70**, 3 , 501–532, 2019.

Departamento de Matemáticas  
Universidad de Cádiz  
Facultad de Ciencias Sociales y de la Comunicación  
Avda. de la Universidad s/n  
Jerez de la Frontera, 11405, España  
fernando.leon@uca.es

## 6.8. S08 Avances Recientes en Geometría Diferencial

VI Encuentro Conjunto RSME-SMM

València, 1-5 de Julio de 2024

Sesión Especial “Avances Recientes en Geometría Diferencial”

Organizadores:

**Padi Fuster Aguilera**, Universidad de Colorado Boulder,

padi.fuster@colorado.edu

**Raquel Perales Aguilar**, CIMAT,

raquel.perales@cimat.mx

### Avances en flujos no-locales tipo curvatura media en un ambiente esférico

Esther Cabezas-Rivas

**Palabras clave:** Quermassintegral, flujo conservando volúmenes, flujo por la curvatura media

**Mathematics Subject Classification 2020:** 53E10, 53C21

### Resumen

Recordaremos los resultados básicos para flujos de curvatura media con término global que fuerza la conservación del volumen para hipersuperficies convexas en el espacio Euclídeo e Hiperbólico, mostrando las dificultades que conlleva la extensión a una esfera ambiente. Tras esta reflexión, definimos un nuevo flujo en ambiente esférico para el que el término global puede elegirse de modo que se mantenga fija cualquier quermassintegral. A continuación, partiendo de una hipersuperficie inicial estrictamente convexa, demostramos que el flujo existe para todo tiempo y converge suavemente a una esfera geodésica. Esto proporciona una solución a un problema presente en el flujo de curvatura media que preserva el volumen en la esfera introducido por Huisken en 1987 [2]. También clasificamos soluciones para algunas ecuaciones de tipo curvatura constante en formas espaciales, así como solitones en la esfera y en la rama superior del espacio de De Sitter. Este es un trabajo conjunto con J. Scheuer [1]

### Referencias

- [1] E. CABEZAS-RIVAS AND J. SCHEUER. The quermassintegral preserving mean curvature flow in the sphere. *Analysis & PDE*, to appear. <https://arxiv.org/abs/2211.17040>.
- [2] G. HUISKEN. The volume preserving mean curvature flow. *J. Reine Angew. Math.* **382**(1), 35–48, 1987.

Universitat de València

E-46100, Burjassot, Spain

esther.cabezas-rivas@uv.es

# Una breve introducción a la teoría de bases de Gröbner en geometría diferencial

Ixchel D. Gutiérrez-Rodríguez

**Palabras clave:** Einstein conforme, grupo de Lie Lorentziano

**Mathematics Subject Classification 2020:** 53C25, 53C30, 53C50

## Resumen

La teoría de las bases de Gröbner ofrece herramientas extremadamente poderosas para resolver grandes sistemas de ecuaciones polinomiales. Estos métodos son especialmente útiles en geometría diferencial para la clasificación de estructuras geométricas homogéneas. En esta charla, presentaremos los conceptos clave de las bases de Gröbner, centrándonos en su aplicación para la clasificación de métricas de Lorentz Einstein conformes sobre extensiones semidirectas de grupos de Lie de dimensión cuatro.

Este es un trabajo conjunto con E. Calviño-Louzao, E. García-Río, y R. Vázquez-Lorenzo.

## Referencias

- [1] E. CALVIÑO-LOUZAO, E. GARCÍA-RÍO, I. GUTIÉRREZ-RODRÍGUEZ, AND R. VÁZQUEZ-LORENZO. Conformally Einstein Lorentzian Lie groups: extensions of the Euclidean and Poincaré groups. *Class. Quantum Gravity*. **41**(5), 055006, 2024.
- [2] D. COX, D. LITTLE, AND D. O'SHEA. *Ideals, varieties, and algorithms. An introduction to computational algebraic geometry and commutative algebra*. Undergraduate Texts in Mathematics, Springer, Cham, 2015.

Departamento de Matemáticas-CITMAga  
Facultade de Ciencias da Educación e do Deporte, Universidade de Vigo  
36005, Pontevedra, Spain  
ixchel.dzohara.gutierrez.rodriguez@uvigo.gal

## Huellas de bicicleta con monodromía hiperbólica

Luis Hernández Lamóneda

**Palabras clave:** Curva plana simple y cerrada, transformación de Möbius, rodando el plano hiperbólico sobre el euclidiano

**Mathematics Subject Classification 2020:**

## Resumen

Sea  $\Gamma$  una curva cerrada en el plano euclidiano  $\mathbb{E}^2$  y piensa que es la huella de la rueda delantera de una bicicleta ¿Sucederá que la rueda trasera trace otra curva cerrada?

Fija un punto  $p \in \Gamma$ . Si la bici mide 1, entonces en su posición inicial el cuadro representa un vector  $v \in S^1$  (el círculo centrado en  $p$ ). Al dar una vuelta completa y retornar a  $p$ , el cuadro apuntará ahora en otra dirección  $M_\Gamma(v) \in S^1$ . La aplicación  $M_\Gamma : S^1 \rightarrow S^1$  así obtenida se llama la monodromía (de bicicleta) de  $\Gamma$ . Un teorema de Foote nos dice que  $M_\Gamma \in PSL(2, \mathbb{R})$ , ie es una transformación de Möbius ¿Qué

condiciones en  $\Gamma$  implican que  $M_\Gamma$  es hiperbólica? (observa que en tal caso hay exactamente dos posiciones iniciales de la rueda trasera que hacen que su huella sea otra curva cerrada). En 1906, Menzin conjeturó que si el área encerrada por  $\Gamma$  es mayor a  $\pi$ , entonces  $M_\Gamma$  es hiperbólica. Levi y Tabachnikov [LT] lo han demostrado en el caso en que  $\Gamma$  sea convexa.

En esta charla probaré otra condición suficiente para la hiperbolicidad de  $M_\Gamma$  (que no supone convexidad), así como una condición necesaria para ello (la primera que se conoce). Las pruebas usan la correspondencia entre las curvas del plano euclidiano ( $\mathbb{E}^2$ ) y el hiperbólico ( $\mathbb{H}^2$ ), que se obtiene al rodar  $\mathbb{H}^2$  sobre  $\mathbb{E}^2$  (a la Bryant-Hsu [BH]).

Este es un trabajo en colaboración con Gil Bor (CIMAT).

## Referencias

[BH] R. Bryant, L. Hsu, *Rigidity of integral curves of rank two distributions*, *Invent. math.* **114**, (1993), 435-461.

[LT] M. Levi, S. Tabachnikov, *On Bicycle Tire Tracks Geometry, Hatchet Planimeter, Menzin's Conjecture, and Oscillation of Unicycle Tracks*, *Experiment. Math.* **18** (2009), No. 2, 173-186.

Centro de Investigación en Matemáticas, A.C.  
Guanajuato, Guanajuato, México  
lamoneda@cimat.mx

## Extendiendo esferas a hipersuperficies isoparamétricas

Víctor Sanmartín López

**Palabras clave:** Hipersuperficies isoparamétricas, espacios simétricos.

**Mathematics Subject Classification 2020:** 53C40, 53C35, 53C42

## Resumen

Comenzaremos la charla introduciendo el concepto de hipersuperficie isoparamétrica, para luego presentar algunos resultados de clasificación de las mismas, así como su relación con otras clases importantes de subvariedades tales CPC, austeras, minimales u homogéneas. A continuación, nos centraremos en las nuevas familias de hipersuperficies isoparamétricas que hemos construido para cualquier espacio simétrico de tipo no compacto y rango al menos tres.

## Referencias

[1] M. Domínguez-Vázquez, V. Sanmartín-López: Isoparametric hypersurfaces in symmetric spaces of non-compact type and higher rank. *Compos. Math.* **160** (2024), no. 2, 451-462.

Universidad de Santiago de Compostela  
15782, Santiago de Compostela, Spain  
victor.sanmartin@usc.es

# Curvatura de Ricci sintética y cohomogeneidad 1

Jaime Santos Rodríguez

**Palabras clave:** espacios RCD, isometrías

**Mathematics Subject Classification 2020:** 53C21, 53C23

## Resumen

Dadas  $K \in \mathbb{R}$  y  $N \geq 1$  la clase de los espacios  $RCD(K, N)$  consiste de espacios métricos de medida que satisfacen una noción sintética de cota inferior en la curvatura de Ricci. Ejemplos de estos espacios incluyen límites de Gromov-Hausdorff de variedades Riemannianas y a los espacios de Alexandrov.

Debido a la falta de una estructura diferenciable en estos espacios resulta natural pedir alguna estructura extra que nos permita trabajar con ellos. En esta charla consideraremos aquellos espacios RCD que admiten la acción por isometrías de un grupo de Lie compacto y cuyo cociente sea de dimensión uno. Entre los resultados que obtenemos tenemos una descripción topológica de espacios RCD con estas simetrías y además una construcción de pegado que nos permite construir ejemplos nuevos de espacios RCD.

Esta charla está basada en un trabajo conjunto con Diego Corro y Jesús Núñez-Zimbrón [1].

## Referencias

- [1] D. CORRO, J. NÚÑEZ-ZIMBRÓN AND J. SANTOS-RODRÍGUEZ. Cohomogeneity one RCD-spaces. *ArXiv preprint* <https://arxiv.org/abs/2405.09448>

Universidad Politécnica de Madrid  
E-28040, Madrid, Spain  
[jaime.santos@upm.es](mailto:jaime.santos@upm.es)

## 6.9. S09 Álgebra Conmutativa

VI Encuentro Conjunto RSME-SMM

València, 1-5 de Julio de 2024

Sesión Especial “Álgebra Conmutativa”

Organizadores:

**Josep Alvarez Montaner**, Universitat Politècnica de Catalunya,

josep.alvarez@upc.edu

**Angélica Benito**, Universidad Autónoma de Madrid,

angelica.benito@uam.es

**Luis Núñez-Betancourt**, CIMAT,

luisnub@cimat.mx

### Umrales $F$ -puros y $F$ -Volúmenes de algunos ideales no principales.

Wáagner Badilla-Céspedes

**Palabras clave:** Umrales  $F$ -puros,  $F$ -volúmenes, poliedro de Newton y politopo de escisión.

**Mathematics Subject Classification 2020:** Primaria 13A35; Secundaria 14B05, 14M25

### Resumen

En esta charla hablaremos sobre el cálculo del umbral  $F$ -puro de ideales no necesariamente principales que satisfacen una condición geométrica sobre su poliedro de Newton. También platicaremos sobre evidencia a favor de la igualdad conjeturada entre el umbral  $F$ -puro y el umbral log canónico de ideales. Estos resultados se obtienen generalizando la teoría del politopo de escisión de un polinomio al caso de ideales. Como aplicaciones de estos resultados, se obtienen cotas inferiores de carácter geométrico para el  $F$ -volumen. Este es un trabajo conjunto con Edwin León-Cardenal.

### Referencias

- [1] CARLES BIVIÀ-AUSINA, TOSHIZUMI FUKUI, AND MARCELO JOSÉ SAIA, Newton filtrations, graded algebras and codimension of non-degenerate ideals, *Math. Proc. Cambridge Philos. Soc.*, 133(1):55–75, 2002.
- [2] WÁGNER BADILLA-CÉSPEDES, LUIS NÚÑEZ-BETANCOURT, AND SANDRA RODRÍGUEZ-VILLALOBOS,  $F$ -volumes, *J. Algebra*, 595:14–37, 2022.
- [3] DANIEL J. HERNÁNDEZ,  $F$ -purity versus log canonicity for polynomials, *Nagoya Math. J.*, 224(1):10–36, 2016.
- [4] MIRCEA MUSTĂŢĂ, SHUNSUKE TAKAGI, AND KEI-ICHI WATANABE,  $F$ -thresholds and Bernstein-Sato polynomials, In *European Congress of Mathematics*, pages 341–364. Eur. Math. Soc., Zürich, 2005.
- [5] TAKAFUMI SHIBUTA AND SHUNSUKE TAKAGI, Log canonical thresholds of binomial ideals, *Manuscripta Math.*, 130(1):45–61, 2009.

Centro de Ciencias Matemáticas - UNAM Campus Morelia  
Antigua Carretera a Pátzcuaro 8701  
Col. Ex Hacienda San José de la Huerta  
Morelia, Michoacán, México  
C.P. 58089  
wagner@matmor.unam.mx

## Multiplicidades mixtas y umbrales log-canónicos de ideales

Carles Bivià-Ausina

**Palabras clave:** Multiplicidades mixtas, clausura entera de módulos, umbral log-canónico, exponente de Łojasiewicz

**Mathematics Subject Classification 2020:** 47A16, 65M22, 65P20

### Resumen

Sea  $\mathcal{O}_n$  el anillo de gérmenes de funciones holomorfas  $(\mathbb{C}^n, 0) \rightarrow \mathbb{C}$ . Mostramos una cota inferior para el umbral log-canónico  $\text{lct}(I)$  de un ideal de colongitud finita  $I$  de  $\mathcal{O}_n$  expresada en términos de la familia de multiplicidades mixtas del mismo. Probamos una caracterización de la igualdad cuando  $\text{lct}(I) = \text{lct}(I^0)$ , donde  $I^0$  denota el ideal monomial de  $\mathcal{O}_n$  determinado por el poliedro de Newton de  $I$ . Conectamos también el problema del cálculo de  $\text{lct}(I)$  con la secuencia de exponentes de Łojasiewicz mixtos  $I$  y su cálculo efectivo cuando la clausura entera de  $I$  es monomial. Mostraremos también las conexiones entre los exponentes de Łojasiewicz y la clausura entera de submódulos de  $\mathcal{O}_n^p$ . Parte de los resultados que mostraremos se encuentran recogidos en [1, 2, 3].

### Referencias

- [1] C. BIVIÀ-AUSINA. The sequence of mixed Łojasiewicz exponents associated to pairs of monomial ideals. *J. Algebra* **550**, 108–141, 2020.
- [2] C. BIVIÀ-AUSINA. Log canonical threshold and diagonal ideals. *Proc. Amer. Math. Soc.* **145**(5), 1905–1916, 2017.
- [3] C. BIVIÀ-AUSINA AND T. FUKUI. Invariants for bi-Lipschitz equivalence of ideals. *Q. J. Math.* **68**(3), 791–815, 2017.

Universitat Politècnica de València  
Camí de Vera, s/n, 46022, Valencia, España  
carbivia@mat.upv.es

## Funciones orden y aplicaciones a resolución de singularidades

Ana Bravo

**Palabras clave:** Función asintótica de Samuel, multiplicidad, clausura entera, singularidades

**Mathematics Subject Classification 2020:** 13B22, 13H15

## Resumen

Cuando trabajamos con variedades inmersas en esquemas lisos sobre cuerpos de característica cero, la función orden, que mide la intensidad de anulación de una función en un punto, juega un papel crucial a la hora de definir funciones de resolución constructiva de singularidades. Su uso, sin embargo, obliga a elegir inmersiones locales (frecuentemente en topología étale), lo que conlleva tener que demostrar que las funciones de resolución obtenidas no dependen de la inmersión escogida. En esta charla hablaremos sobre el uso de funciones orden y sus propiedades en el contexto de anillos excelentes equidimensionales. En el caso particular de los anillos de puntos singulares de una variedad algebraica, veremos que estas funciones orden también nos permiten definir algunos invariantes de resolución sin necesidad del uso de inmersiones en esquemas lisos. Estos resultados se encuentran en trabajos conjuntos con A. Benito, S. Encinas y J. Guillán-Rial.

## Referencias

- [1] A. BENITO, A. BRAVO, S. ENCINAS. The Asymptotic Samuel function and applications to resolution. En preparación.
- [2] A. BRAVO, S. ENCINAS, J. GILLÁN-RIAL. On some properties of the Asymptotic Samuel function. Preprint: arXiv2307.11489v1.

Universidad Autónoma de Madrid e ICMAT (CSIC-UAM-UCM-UC3M)  
Campus de Cantoblanco 28049 Madrid  
ana.bravo@uam.es

## Extensiones puramente inseparables de anillos

Celia del Buey de Andrés

**Palabras clave:** Extensiones puramente inseparables, Operadores diferenciales

**Mathematics Subject Classification 2020:** 13B10, 13N10

## Resumen

Las extensiones puramente inseparables de cuerpos han sido ampliamente estudiadas en el contexto del Álgebra Conmutativa. Esencialmente, decimos que una extensión de cuerpos  $K \subset L$  es *puramente inseparable* si existe algún entero  $e \geq 0$  tal que  $L^{p^e} \subset K$ . Entre las extensiones finitas de cuerpos podemos caracterizar las puramente inseparables como aquellas extensiones finitas  $K \subset L$  tales que si  $\bar{K}$  es una clausura algebraica de  $K$ , entonces  $L \otimes_K \bar{K} \cong \bar{K}[X_1, \dots, X_n]/\langle X_1^{p^{e_1}}, \dots, X_n^{p^{e_n}} \rangle$  para algunos  $e_i > 0$ . Veremos que esta condición nos permite extender la noción de extensión puramente inseparable al contexto de anillos.

Más concretamente, diremos que una extensión finita de anillos  $A \subset C$  es *puramente inseparable* si  $C$  es una  $A$ -álgebra de presentación finita y para cada ideal primo  $\mathfrak{p} \subset A$  existe un homomorfismo de anillos fielmente plano  $A_{\mathfrak{p}} \rightarrow A'$  tal que  $C_{\mathfrak{p}} \otimes_{A_{\mathfrak{p}}} A'$  es isomorfo a una  $A'$ -álgebra de la forma  $A'[X_1, \dots, X_n]/\langle X_1^{p^{e_1}}, \dots, X_n^{p^{e_n}} \rangle$  para ciertos  $e_i > 0$ . Estas extensiones han sido estudiadas previamente por otros autores como S. Yuan ([1]), F. Pauer ([2]) o P.S. Sancho de Salas ([3]).

El objetivo principal de esta comunicación es recopilar distintas caracterizaciones de extensiones de anillos puramente inseparables y presentar una nueva caracterización de esta clase de extensiones en términos de los módulos de operadores diferenciales. Este es un trabajo conjunto, aún en proceso de redacción, con Diego Sulca.

## Referencias

- [1] S. YUAN. Finite dimensional inseparable algebras. *Trans. Amer. Math. Soc.* **150**(2), 577–587, 1970.
- [2] F. PAUER. Spezielle algebren und transitive operationen *Math Z.* **160**, 103–134, 1978.
- [3] P. S. DE SALAS. Differentially homogeneous algebras *Journal of Algebra* **216**(2), 620–640, 1999.

Universidad Autónoma de Madrid  
Departamento de Matemáticas, Madrid, Spain  
celia.delbuey@uam.es

## Ideales primos de Moh en característica diferente de cero

Laura González

**Palabras clave:** Ideales primos, Anillo de series formales, Mínimo número de generadores

**Mathematics Subject Classification 2020:** 13A17, 13F25, 13H05

## Resumen

Sea  $K$  un cuerpo y sea  $P_n = \ker \rho_n$  el núcleo del morfismo de  $K$ -álgebras  $\rho_n : K[[x, y, z]] \rightarrow K[[t]]$  definido por T.T. Moh en [1]. En esta charla vamos a ver cómo el número mínimo de generadores de  $P_n$  depende de la característica del cuerpo  $K$ . Nuestra demostración entra en contradicción con la argumentación dada por J. D. Sally en [2]. Trabajo realizado conjuntamente con F. Planas-Vilanova.

## Referencias

- [1] T.T. MOH. On the unboundedness of generators of prime ideals in power series rings of three variables. *J. Math. Soc. Japan* **26**, 722–734, 1974.
- [2] J. D. SALLY. *Numbers of generators of ideals in local rings*. Marcel Dekker, Inc., New York-Basel, 1978.

Departament de Matemàtiques, Universitat Politècnica de Catalunya.  
Diagonal 647, ETSEIB, E-08028 Barcelona. Spain.  
laura.gonzalez.hernandez@upc.edu

## Sobre una formula de suspensión para funciones zeta de Denef y Loeser

Manuel González Villa

**Palabras clave:** funcion zeta motívica local, función zeta topológica local

**Mathematics Subject Classification 2020:** 14B05, 14E15, 32S50

## Resumen

Generalizamos las fórmulas para la función zeta topológica local de la suspensión por dos puntos de Artal-Bartolo et al. para el caso motivico y una cantidad arbitraria de puntos.

Centro de Investigación en Matemáticas. De Jalisco s/n, Valenciana, 36023  
Universidad de Zaragoza, C. Pedro Cerbuna 12, 50009, Zaragoza, España.  
manuel.gonzalez@cimat.mx

## Teoría de Códigos vía Álgebra Conmutativa

Yuriko Pitones Amaro

**Palabras clave:** Función de Hilbert, códigos, distancia mínima

**Mathematics Subject Classification 2020:** 47A16, 65M22, 65P20

## Resumen

En esta plática hablaremos sobre algunos conceptos relevantes en teoría de códigos. En particular, se describirá su interpretación en términos de invariantes algebraicos, como la multiplicidad de Hilbert-Samuel y los números de Betti. De esta interpretación surgen relaciones interesantes con otros invariantes, lo que motiva el desarrollo de conceptos de la teoría de códigos en estructuras algebraicas más generales. Se mostrarán algunos avances de esta propuesta en anillos reducidos y Gorenstein. Los resultados presentados están inspirados en trabajos conjuntos con C. Espinosa y L. Núñez-Betancourt.

## Referencias

- [1] C. ESPINOSA-VALDÉS, L. NÚÑEZ-BETANCOURT, AND Y. PITONES. Regularity index of the generalized minimum distance function. *Journal of Pure and Applied Algebra* **227**(7), 2023.

Universidad Autónoma Metropolitana México  
ypitones@xanum.uam.mx

## No se habla de Frobenius: Redefiniendo F-umbrales

Sandra Rodríguez Villalobos

**Palabras clave:** Singularidades, F-umbrales, BCM-umbrales

**Mathematics Subject Classification 2020:** 13A35, 14B05

## Resumen

El endomorfismo de Frobenius juega un papel muy importante en el estudio de singularidades en característica prima. Sin embargo, esta función no es un homomorfismo en otras características. Para poder traducir entre características y para poder extender conceptos a característica mixta, es útil describir los invariantes que conocemos en característica prima sin utilizar el morfismo de Frobenius, para lo cual podemos utilizar herramientas como álgebras Cohen-Macaulay grandes. En esta charla, discutiremos dos invariantes que se usan para estudiar singularidades en característica prima, los ideales de prueba y los

F-umbrales, y cómo describirlos sin usar el morfismo de Frobenius. Este es un trabajo conjunto con Karl Schwede.

University of Utah  
Utah, USA  
rodriguez@math.utah.edu

## 6.10. S10 Geometría métrica y riemanniana III

VI Encuentro Conjunto RSME-SMM

València, 1-5 de Julio de 2024

Sesión Especial “Geometría métrica y riemanniana III”

Organizadores:

**Fernando Galaz García**, Durham University,

fernando.galaz-garcia@durham.ac.uk

**David González Álvaro**, Universidad Politécnica de Madrid,

david.gonzalez.alvaro@upm.es

**Jaime Santos Rodríguez**, Universidad Politécnica de Madrid,

jaime.santos@upm.es

### Regularidad Lipschitz para sistemas elípticos de tipo ROF en variedades Hadamard

Esther Cabezas-Rivas

**Palabras clave:** funcional ROF, sistema elíptico, condición Neumann, regularidad, soluciones sobre variedades Riemannianas

**Mathematics Subject Classification 2020:** 35J60, 35D10, 35A23, 58E20

#### Resumen

El funcional de Rudin-Osher-Fatemi (ROF) es el modelo variacional más popular para la restauración de imágenes, en particular, para la eliminación de ruido: consiste en sumar a la variación total un *término de fidelidad* que controla la proximidad a la imagen inicial. Esta se codifica a través de una función  $f$  definida sobre una superficie compacta y con frontera, que toma valores sobre una variedad Riemanniana abierta de dimensión  $n$ . Las ecuaciones de Euler-Lagrange correspondientes tienen interés por sí mismas, ya que pueden ser interpretadas como un problema de autovalores para el análogo Riemanniano del 1-Laplaciano. Desde este punto de vista, se trata de sistemas elípticos que guardan ciertas similitudes con la teoría de aplicaciones armónicas (o  $p$ -armónicas) entre variedades.

Demostramos la existencia y unicidad de minimizantes de dicho funcional, siendo esto último únicamente cierto sobre variedades Hadamard (pues la prueba usa la convexidad de la variación total que solo se cumple en esas circunstancias). A continuación, presentamos una serie de resultados de regularidad sobre el sistema de EDPs asociado a un funcional relajado con condición de Neumann. Los dos ingredientes clave son estimaciones para el gradiente que se deducen de la aplicación de una desigualdad tipo Caccioppoli obtenida por los propios autores [1], así como la adaptación de los resultados de regularidad para problemas de tipo Neumann de Arkipova [2]. Por último, aplicamos estos resultados al modelo ROF para obtener la regularidad Lipschitz de los minimizantes.

Este es un trabajo conjunto con S. Moll y V. Pallardó-Julià.

## Referencias

- [1] E. CABEZAS-RIVAS, S. MOLL, V, PALLARDÓ-JULIÀ. Partial regularity for manifold constrained quasilinear elliptic systems. *Preprint*.
- [2] A. A. ARKHIPOVA, On the Neumann problem for nonlinear elliptic systems with a quadratic nonlinearity *Rossiiskaya Akademiya Nauk. Algebra i Analiz.* **8** (5), 189–209, 1996.

Universitat de València  
E-46100, Burjassot, Spain  
esther.cabezas-rivas@uv.es

## Deformaciones y rigidez de foliaciones Riemannianas planas

Diego Corro

**Palabras clave:** Folioaciones Riemannianas, Colapso, Rigidez.

**Mathematics Subject Classification 2020:** 53C12, 53C23, 53C20, 57R30, 53C24.

## Resumen

En esta plática veremos que dada una foliación Riemanniana regular plana, podemos colapsar la variedad foliada con curvatura y diámetro acotado.

Recordaremos el concepto de F-estructuras inducidas por el colapso, introducidas por Cheeger y Gromov.

En el caso en que la variedad es simplemente conexa comparando estas F-estructuras con la foliación, obtenemos un resultado de rigidez, demostrando que la foliación está dada por una acción de un toro.

## Referencias

- [1] D. CORRO. Collapsing regular Riemannian foliations with flat leaves. *arXiv:2403.11602 [math.DG]*, 1–23, 2024.
- [2] J. CHEEGER AND M. GROMOV. Collapsing Riemannian manifolds while keeping their curvature bounded. I. *J. Differential Geom.* **23**, 309–346, 1986.
- [3] J. CHEEGER AND M. GROMOV. Collapsing Riemannian manifolds while keeping their curvature bounded. II. *J. Differential Geom.* **32**, 309–346, 1990.  
5Springer, London, 2023.

Cardiff University  
CF10 3AT, Cardiff, Reino Unido  
diego.corro.math@gmail.com

## Bi-Lipschitz embeddings of the space of unordered m-tuples with a partial transportation metric

Ana Lucía García Pulido

**Palabras clave:** Optimal transport, Wasserstein spaces, Bi-Lipschitz embeddings

**Mathematics Subject Classification 2020:** 51F30

## Resumen

The question of bi-Lipschitz embeddability of Wasserstein spaces into classical Banach spaces has attracted much attention. The importance of such embeddings can be seen, for instance, in the proof of Almgren's partial regularity theorem.

In optimal transport, Wasserstein distances are the prime examples transportation metrics to compare measures of the same total mass. This talk will consider the partial transportation metric defined by Figalli and Gigli, which removes this mass constraint. We will begin with the definition of these spaces and discuss new relationships with other transportation metrics. We will then present new results regarding their bi-Lipschitz embeddability into Hilbert space. This is joint work with D. Bate.

Computing Science and Mathematics  
Faculty of Natural Sciences  
University of Stirling  
Stirling, FK9 4LA  
Scotland  
analucia.garciapulido@stir.ac.uk

## Minimalidad y Concentración de la Medida

Vicent Gimeno

**Palabras clave:** Concentración de la medida, Inmersión minimal, Submersión, Fibras minimales

**Mathematics Subject Classification 2020:** 47A16, 65M22, 65P20

## Resumen

El objetivo principal es mostrar el como las inmersiones minimales de variedades compactas en la esfera concentran medida, y de forma exponencial con la dimensión, alrededor de cualquier  $\epsilon$ -entorno tubular de cualquier ecuador extrínseco. Similarmente, mostrar como este fenómeno de concentración de la medida se puede también extender al caso de submersiones riemannianas de la esfera con fibras minimales. (Trabajo conjunto con V. Palmer)

Universitat Jaume I  
Castello de la Plana, Spain  
gimenov@uji.es

## El radio focal de una subvariedad

Luis Guijarro Santamaría

**Palabras clave:** Focal radius, submanifolds, Clifford torus

**Mathematics Subject Classification 2020:** 53C20

## Resumen

Una subvariedad compacta siempre tiene un entorno donde cada punto tiene un único punto más cercano en la subvariedad. El *radio de inyectividad normal*, también rebautizado por M. Gromov como el *radio focal*, es el mayor valor  $r_0 > 0$  tal que esta propiedad se satisface para todo punto a distancia menor que  $r_0$ .

En esta charla, estudiaremos cómo valores elevados del radio focal puede restringir tanto la subvariedad como la variedad ambiente. También examinaremos alguna cuestión planteada por Gromov en un reciente artículo sobre toros encajados en la esfera unidad. Este trabajo incluye resultados conjuntos con Fred Wilhelm por un lado, y con Jian Ge por otro.

## Referencias

- [1] M. GROMOV. Scalar Curvature, Injectivity Radius and Immersions with Small Second Fundamental Forms. *Preprint*, 2023.
- [2] M. GROMOV. *Metric inequalities with scalar curvature*. *Geom. Funct. Anal.* 28 (2018), no. 3, 645–726.
- [3] L. GUIJARRO, F. WILHELM. *Restrictions on submanifolds via focal radius bounds*. *Math. Res. Lett.* 27 (2020), no. 1, 115–139.
- [4] A. PETRUNIN. *Gromov’s tori are optimal*. *Geom. Funct. Anal.* 34 (2024), no. 1, 202–208.

Universidad Autónoma de Madrid  
Madrid, España  
luis.guijarro@uam.es

## Funciones armónicas y finales

Jesús Núñez-Zimbrón

**Palabras clave:** Espacios RCD, Funciones armónicas, Finales

**Mathematics Subject Classification 2020:** 53C23

## Resumen

En el contexto de variedades riemannianas, Li y Tam [1] probaron que la dimensión de ciertos espacios de funciones armónicas controlan el número de finales bajo la condición de curvatura de Ricci acotada por debajo. Hablaré sobre un trabajo en progreso en el que extendemos estos resultados para espacios RCD, es decir, espacios métricos de medida no necesariamente suaves (y posiblemente con singularidades topológicas) que admiten una noción sintética de “curvatura de Ricci acotada por debajo y dimensión acotada por arriba”. Esto extiende trabajo previo con Mauricio Che [2] en el que dimos cotas uniformes del número de finales para espacios con curvatura no-negativa fuera de un compacto. Este es un trabajo conjunto con Mauricio Che, Fabio Marconi e Ivan Violo.

## Referencias

- [1] P. LI AND L.-F. TAM. Harmonic functions and the structure of complete manifolds. *J. Differential Geom.* **35**(2), 359–383, 1992.

- [2] M. CHE AND J. NÚÑEZ-ZIMBRÓN. Ball covering property and number of ends of CD spaces with non-negative curvature outside a compact set. *Arch. Math. (Basel)*. **119**(2), 213–224, 2022.

Universidad Nacional Autónoma de México  
Investigación Científica, C.U.,  
Alcaldía Coyoacán, C.P. 04510.  
Ciudad de México, México.  
nunez-zimbron@ciencias.unam-mx

## Espacios con métricas $\text{Ric}_2 > 0$

Alberto Rodríguez Vázquez

**Palabras clave:** curvatura de Ricci intermedia positiva, espacios homogéneos, bicocientes.

**Mathematics Subject Classification 2020:** 53C20

### Resumen

En los últimos tiempos se han estudiado ciertas nociones más débiles que la condición de tener curvatura seccional positiva debido a la aparente escasez de espacios que cumplan esta condición. La curvatura de Ricci intermedia  $k$ -ésima positiva ( $\text{Ric}_k > 0$ ) en una variedad de Riemann  $M$  es una condición que interpola entre la curvatura seccional positiva ( $k = 1$ ) y la curvatura de Ricci positiva ( $k = \dim M - 1$ ).

En esta charla, discutiré un proyecto en curso con Miguel Domínguez Vázquez, David González-Álvaro y Jason DeVito, que tiene como objetivo construir nuevos ejemplos de variedades riemannianas compactas con  $\text{Ric}_2 > 0$ .

KU Leuven, Department of Mathematics  
B-3001 Leuven, Heverlee (Belgium)  
alberto.rodriiguezvazquez@kuleuven.be

## Si parece toro, camina como toro y hace como toro, entonces ...

Sergio Zamora

**Palabras clave:** Convergencia Gromov–Hausdorff, Espacios de Alexandrov, Espacios RCD, Teoría geométrica de grupos

**Mathematics Subject Classification 2020:** 53C23, 53C21

### Resumen

Existen muchas caracterizaciones del toro como variedad Riemanniana. Por ejemplo, es la única variedad de curvatura de Ricci no negativa y primer número de Betti igual a la dimensión.

En esta charla planeo estudiar dos preguntas: si dichas caracterizaciones son reemplazadas por hipótesis ligeramente más débiles, seguiremos obteniendo un toro o algo parecido? si un espacio  $X$  puede ser aproximado por algo que sabemos es un toro, es  $X$  necesariamente un toro?

Discutiremos resultados tanto clásicos como actuales en distintos contextos. Este es un trabajo conjunto con Qin Deng, Jaime Santos-Rodríguez, Xinrui Zhao y Xingyu Zhu.

## Referencias

- [1] Q. DENG, J. SANTOS-RODRÍGUEZ, S. ZAMORA AND X. ZHAO. Margulis Lemma on  $\text{RCD}(K,N)$  spaces. *arxiv preprint arXiv:2308.15215* (2023).
- [2] J. SANTOS-RODRÍGUEZ AND S. ZAMORA. On fundamental groups of  $\text{RCD}$  spaces. *J. Reine Angew. Math.* **799** (2023), 249–286.
- [3] S. ZAMORA. Tori cannot collapse to an interval. *Electron. Res. Arch.* **29** (2021), no.4, 2637–2644.
- [4] S. ZAMORA AND X. ZHU. Topological rigidity of small  $\text{RCD}(K,N)$  spaces with maximal rank. *to appear*.

Max Planck Institute for Mathematics at Bonn  
Vivatsgasse 7, 53111, Bonn, Germany  
zamora@mpim-bonn.mpg.de

## 6.11. S11 Topología Algebraica

VI Encuentro Conjunto RSME-SMM

València, 1-5 de Julio de 2024

Sesión Especial “Topología Algebraica”

Organizadores:

**Ramón Flores**, Universidad de Sevilla,

ramonjflores@us.es

**Luis Jorge Sánchez Saldaña**, Universidad Autónoma de México,

luisjorge@ciencias.unam.mx

### Una noción simplicial de fibrado tangente

Desamparados Fernández Ternero

**Palabras clave:** Símplice, fibrado

**Mathematics Subject Classification 2020:** 55U10

### Resumen

Recientemente hemos caracterizado completamente la noción de fibración simplicial en el contexto de los complejos simpliciales abstractos. Esto plantea la cuestión de si es posible definir un fibrado tangente  $TK$  para un complejo simplicial  $K$ .

En 1955, Nash definió un fibrado tangente  $TX$  para cualquier espacio topológico  $X$ , y demostró que, cuando  $X$  es una variedad,  $TX$  tiene el mismo tipo de homotopía fibrada que el fibrado tangente usual. Inspirados por esta construcción, explicaremos cómo definir  $TK$  para un complejo simplicial.

Para justificar el nombre de fibrado tangente abordaremos dos resultados:

- Primero, existe una adición local  $TK \rightarrow K \times K$  similar a la aplicación exponencial;
- segundo, hay una equivalencia de homotopía entre  $|TK|$  y  $T|K|$ , donde  $|\cdot|$  denota la realización geométrica.

Trabajo en proceso y conjunto con J.M. García Calcines (La Laguna), E. Macías-Virgós (Santiago de Compostela) y J.A. Vilches (Sevilla).

Universidad de Sevilla

E-41013, Sevilla, España

desamfer@us.es

### Modelos de Lie de los espacios topológicos y su no linealidad

Mario Fuentes

**Palabras clave:** Homotopía racional, ecuación de Maurer-Cartan, álgebras de Lie

**Mathematics Subject Classification 2020:** 55P62

## Resumen

Las teorías de homotopía racional clásicas, debidas a Quillen y a Sullivan, captan en su totalidad el tipo de homotopía racional de los espacios topológicos simplemente conexos. Más concretamente, inducen una equivalencia entre la categoría (homotópica y racional) de los conjuntos simpliciales simplemente conexos y ciertas categorías algebraicas basadas en álgebras de Lie y en álgebras asociativas y conmutativas. Pero además, los funtores que inducen dichas equivalencias proporcionan ‘modelos’ de los espacios, que nos permiten calcular explícitamente invariantes homotópicos como los grupos de homotopía racional  $\pi_*(X) \otimes \mathbb{Q}$  o los grupos de (co)homología con coeficientes racionales  $H_*(X; \mathbb{Q})$ .

Cuando intentamos estudiar espacios no conexos y no simplemente conexos, la situación se complica. El grupo fundamental,  $\pi_1(X)$ , deja de ser un grupo abeliano y, por tanto, no tiene sentido hablar de su racionalización; pero es incluso más grave con  $\pi_0(X)$  que no tiene ningún tipo de estructura salvo la de conjunto. Los modelos clásicos se basan en construcciones de tipo ‘homológicas’ para calcular los invariantes homotópicos: en consecuencia, no podemos esperar obtener resultados no lineales usando estas técnicas.

Necesitamos, por tanto, un tipo de ecuación no lineal cuyas soluciones representen el conjunto de componentes conexas de nuestro espacio en cuestión. Esta ecuación es la ecuación de Maurer-Cartan de un álgebra de Lie, y supone el primer paso para la construcción de los modelos de Lie de los símlices. Es un problema muy difícil el de encontrar una expresión explícita para estos modelos y justo esta dificultad radica en su necesaria no linealidad.

En esta charla explicaré brevemente estos conceptos, así como un resultado reciente en esta área que da lugar a nuevas operaciones no lineales en álgebras de Lie.

Université de Toulouse  
E-31058, Toulouse, Francia  
mario.fuentes.rumi@gmail.com

## Grupos de trenzas en árboles y álgebras exteriores de caras

Jesús González

**Palabras clave:** Grupos de trenzas en gráficas, producto copa cúbico, Teoría de Morse discreta

**Mathematics Subject Classification 2020:** 20F36, 55R80, 57M15, 57Q70

## Resumen

Usando teoría de Morse discreta mostramos que el anillo de cohomología del grupo de trenzas en un árbol queda codificado en términos de lo que llamamos el complejo simplicial de interacciones locales entre los vértices esenciales del árbol. En particular, para cierta clase de árboles, por ejemplo los binarios, el anillo de cohomología correspondiente queda dado como el álgebra exterior de caras del complejo de interacciones.

CINVESTAV  
E-07000, Ciudad de México, México  
jesus@math.cinvestav.mx

## Descenso, homotopía y representaciones modulares

Juan Omar Gómez

**Palabras clave:** Descenso, categoría estable, grupo de Picard, álgebra separable

**Mathematics Subject Classification 2020:** 20C07, 18G65, 18N60, 18G80

## Resumen

De manera intuitiva e informal, el descenso es una técnica de pegado que nos permite pasar de información local a información global. En esta charla voy a hacer precisa esta idea para la categoría estable de representaciones modulares de grupos discretos, al menos desde un punto de vista homotópico. Como aplicación de este enfoque, voy a presentar una herramienta para calcular el grupo de Picard de la categoría estable para grupos con un modelo de dimensión finita del espacio clasificante para acciones propias, así como la clasificación de álgebras separables para ciertas clases de grupos infinitos.

Universität Bielefeld  
E-33615, Bielefeld, Alemania  
jgomez@math.uni-bielefeld.de

## Descomposición sectorial de difeomorfismos analíticos planos

María Martín Vega

**Palabras clave:** Difeomorfismos analíticos, descomposición sectorial, equivalencia topológica débil, índice de Poincaré

**Mathematics Subject Classification 2020:** 37C25, 37C15

## Resumen

En esta charla proponemos una descomposición de la dinámica de difeomorfismos analíticos planos en sectores parabólicos, hiperbólicos y elípticos. Dumortier, Roussarie y Rodrigues ya estudiaron este problema para difeomorfismos  $C^\infty$  que cumplen una desigualdad de Lojasiewicz, lo que implica que tienen puntos fijos aislados. En nuestro trabajo, asumiendo las condiciones de analiticidad, damos pruebas distintas para la obtención de esta descomposición que son válidas para difeomorfismos con curvas de puntos fijos. También estudiamos la relación entre la descomposición sectorial y la clasificación topológica débil de estos difeomorfismos, así como la relación del índice de Poincaré, cuando hay un punto fijo aislado, con dicha descomposición (fórmula de Bendixon).

Universidad de Valladolid  
E-47011, Valladolid, España  
maria.martin.vega@uva.es

## Topología de complejos cúbicos aleatorios de dos dimensiones

Erika Roldán

**Palabras clave:** Complejos cúbicos, homología, teorema de Erdős-Spencer

**Mathematics Subject Classification 2020:** 0501, 0506

## Resumen

Estudiamos un modelo natural de complejos cúbicos aleatorios de dos dimensiones que son subcomplejos de un cubo de  $n$  dimensiones, y en el cual cada cuadrado posible (2-cara) se incluye independientemente con probabilidad  $p$ . Nuestro resultado principal exhibe un umbral preciso  $p = 1/2$  para la desaparición de la homología a medida que la dimensión  $n$  tiende a infinito. Este es un análogo bidimensional de los teoremas de Burtin y Erdős-Spencer que caracterizan el umbral de conectividad para grafos aleatorios en el 1-esqueleto del cubo  $n$ -dimensional. Nuestro resultado principal también puede verse como un equivalente cúbico del teorema de Linial-Meshulam para complejos simpliciales aleatorios de dos dimensiones. Sin embargo, los modelos exhiben comportamientos notablemente diferentes. Mostramos que si  $p > 1 - \sqrt{1/2} \simeq 0,2929$ , se tiene que con alta probabilidad el grupo fundamental es un grupo libre con un generador por cada cara maximal de una dimensión. Como corolario, la desaparición de la homología y la conectividad simple tienen el mismo umbral.

Trabajo conjunto con Matthew Kahle y Elliot Paquette.

Max Planck Institut  
E-04013, Leipzig, Alemania  
roldan@mis.mpg.de

## Todos los sistemas de fusión realizables son dóciles

Albert Ruiz

**Palabras clave:** Sistema de fusión, grupos simples finitos

**Mathematics Subject Classification 2020:** 20D20

## Resumen

El Teorema de Clasificación de los Grupos Finitos Simples (CGFS) divide los grupos finitos simples en varias familias. Su demostración es uno de los mayores logros de las matemáticas y es consecuencia de unos centenares de artículos (entre 1955 y 2008) que ocupan más de 10000 páginas.

La aparición de los sistemas de fusión [Puig, Broto-Levi-Oliver] ha aportado nuevas herramientas que podrían utilizarse para simplificar una parte de esta demostración. El professor M. Aschbacher encabeza un proyecto para simplificar partes de la demostración con estas nuevas herramientas y en uno de los pasos propuestos se utiliza el concepto de sistema de fusión dócil ("tame.<sup>en</sup> inglés). La comprensión de estos sistemas aportaría herramientas para progresar en este proyecto.

En esta charla veremos el paso del álgebra a la topología para el estudio de los grupos, así como a axiomatización de los sistemas de fusión y la aparición de nuevos ejemplos (sistemas de fusión exóticos). El estudio de los sistemas de fusión exóticos motivó el concepto de sistema de fusión dócil. Acabaremos la charla con un resultado reciente que demuestra que todos los sistemas de fusión realizables son dóciles.

Trabajo conjunto con C. Broto, J. Møller y B. Oliver.

Universitat Autònoma de Barcelona  
E-08193, Bellaterra (Barcelona), España  
Albert.Ruiz@uab.cat.

# Sobre los grupos modulares de superficies no orientables

Miguel Xicoténcatl

**Palabras clave:** Grupos modulares, superficies no orientables, espacios de configuraciones, teorema de realización de Nielsen, cohomología de Farrell

**Mathematics Subject Classification 2020:** 57K20, 55R80, 55R40, 30F50, 30F60, 57M07

## Resumen

En esta charla presentaré un panorama sobre mi trabajo reciente sobre la estructura y la cohomología de los grupos modulares  $Mod(N_g)$  de superficies no orientables  $N_g$ . Los resultados incluyen: la cohomología de los grupos modulares (con puntos marcados) del plano proyectivo y la botella de Klein y su relación con las clases características de haces de superficies, el teorema de realización de Nielsen para superficies no orientables, la no existencia de secciones para la proyección natural de  $Diff(N_g)$  sobre  $Mod(N_g)$  y un estudio sistemático de la cohomología de Farrell de  $Mod(N_g; k)$  para  $g > 2$ .

Trabajo conjunto con M. Maldonado, C. Hidber, N. Colin y R. Jiménez.

CINVESTAV  
E-07000, Ciudad de México, México  
xico@math.cinvestav.mx

## 6.12. S12 Topología en dimensiones bajas

VI Encuentro Conjunto RSME-SMM

València, 1-5 de Julio de 2024

Sesión Especial “Topología en dimensiones bajas”

Organizadores:

**Bruno A. Cisneros de la Cruz**, Unidad Oaxaca del Instituto de Matemáticas de la UNAM,  
bruno@im.unam.mx

**Sergio García Rodrigo**, Universidad Autónoma de Madrid,  
sergio.garciar@uam.es

**Fabiola Manjarrez Gutiérrez**, Instituto de Matemáticas de la UNAM Unidad Cuernavaca,  
fabiola.manjarrez@im.unam.mx

### Suma de 2-asas que producen variedades toroidales

Luis Celso Chan Palomo

**Palabras clave:** Suma de 2-asas, pendientes degeneradas, suma de 2-asas toroidales

**Mathematics Subject Classification 2020:** 57M15, 57M50

### Resumen

Sea  $M$  una 3-variedad compacta, conexa y orientable y sea  $F$  una componente en la frontera de género al menos dos. Sea  $\alpha$  una pendiente, es decir, una clase de isotopía de una curva simple cerrada en  $F$  y denote por  $M[\alpha]$  la nueva 3-variedad obtenida al pegar una 2-asa a  $M$  a lo largo de una vecindad regular de un representante de  $\alpha$  en  $F$ . Cuando  $M$  es simple, es decir,  $M$  no contiene esferas, toros, anillos o discos esenciales pero  $M[\alpha]$  no es simple, se dice que  $\alpha$  es degenerada. Para dos pendientes  $\alpha$  y  $\beta$ , denote por  $\Delta(\alpha, \beta)$  el número mínimo de intersección geométrica entre las clases de isotopía de  $\alpha$  y  $\beta$ . In 1993, Scharlemann y Wu conjeturaron que  $\Delta(\alpha, \beta) \leq 5$  cuando  $\alpha$  y  $\beta$  son pendientes degeneradas. En esta plática vamos a construir el primer ejemplo de una 3-variedad simple  $M$  con dos pendientes separantes  $\alpha$  y  $\beta$  sobre una componente en la frontera  $F$  de género cuatro tal que  $M[\alpha]$  y  $M[\beta]$  contienen un toro esencial y  $\Delta(\alpha, \beta) = 12$ . En particular, esto implica que la conjetura de Scharlemann y Wu es falsa. Este es un trabajo conjunto con el Dr. Mario Eudave-Muñoz.

### Referencias

- [1] CHAN-PALOMO. 2-handle additions producing toroidal and reducible manifolds. *Topology Appl.* **320**(1), <https://doi.org/10.1016/j.topol.2022.108236>, 2022.
- [2] CHAN-PALOMO AND EUDAVE-MUÑOZ. A manifold realizing toroidal 2-handle additions at distance 12. *Preprint*.

Universidad Autónoma de Yucatán  
Yucatán, México  
chpalomo@correo.uady.mx

# Borde de estratos equisimétricos de superficies hiperbólicas con grupo de isometrías abeliano

Raquel Díaz

**Palabras clave:** Superficies hiperbólicas anodadas, espacio de moduli

**Mathematics Subject Classification 2020:** 32G15, 57M12

## Resumen

El espacio de moduli de una superficie (de género mayor o igual que 2) parametriza todas las estructuras hiperbólicas que admite. Dentro de este espacio Broughton [1] consideró lugares equisimétricos, consistentes en las estructuras hiperbólicas equivariantes por acción de un cierto grupo. Por otra parte, el espacio de moduli admite una compactificación (compactificación de Deligne-Mumford) que consiste en añadir *estratos estables* correspondientes a superficies hiperbólicas anodadas, es decir, donde alguna multicurva tiene longitud cero.

El objetivo de la charla es determinar los estratos estables que aparecen en el borde de cada lugar equisimétrico, que esencialmente consiste en determinar la preimagen de una multicurva de un 2-orbifold bajo una cubierta ramificada. El procedimiento general se describe en un trabajo previo de los autores [2]. En esta charla concretaremos este procedimiento a casos especiales, como son las acciones  $p$ -ádicas, la hiperelíptica o acciones abelianas.

Este es un trabajo en curso [3], en colaboración con con Víctor González-Aguilera, de la UTFSM, Santiago, Chile.

## Referencias

- [1] S. L. BROUGHTON The equisymmetric stratification of the moduli space and the Krull dimension of mapping class groups. *Topology and its applications* **37** 101–113, 1990.
- [2] R. DÍAZ AND V. GONZÁLEZ-AGUILERA. Limit points of the branch locus of  $\mathcal{M}_g$ . *Adv. Geom.* **19**(4), 505–526, 2019.
- [3] R. DÍAZ AND V. GONZÁLEZ-AGUILERA. Boundary of equisymmetric loci of hyperbolic surfaces with abelian symmetry. *en preparación*

Universidad Complutense de Madrid  
Ciudad Universitaria, 28040 Madrid, Spain  
radiaz@ucm.es

## El número de tránsito de un nudo

Mario Eudave Muñoz

**Palabras clave:** nudo, número de tránsito, doble cubierta ramificada

**Mathematics Subject Classification 2020:** 57K10, 57M12

## Resumen

Sea  $K$  un nudo en la 3-esfera y sean  $\tau_1, \tau_2, \dots, \tau_n$  arcos simples en  $S^3$  cuyos extremos están en  $K$ . Sea  $N$  una vecindad regular de  $K \cup \tau_1 \cup \tau_2, \dots \cup \tau_n$ . Decimos que  $K$  es persistente en  $N$  si no existe una homotopía de  $K$  en  $N$  que lo convierta al nudo trivial de  $S^3$ . Por otro lado decimos que  $K$  es transitorio en  $N$  si hay una homotopía de  $K$  en  $N$  que lo transforma en el nudo trivial. Dado un nudo  $K$  es posible encontrar  $n$  arcos simples y una vecindad  $N$  tal que  $K$  es transitorio en  $N$ , y al mínimo número  $n$  de tales arcos, se le llama el número de tránsito de  $K$ . Este es un invariante definido por Yuya Koda and Makoto Ozawa [2]. No es difícil ver que  $tr(K) \leq u(K)$  y  $tr(K) \leq t(K)$ , donde  $u(K)$  es el número de desanudamiento de  $K$  y  $t(K)$  es el número de túneles de  $K$ . El objetivo de este trabajo [1] es dar cotas inferiores para el número de tránsito de un nudo  $K$  en términos del número de generadores del primer grupo de homología de las cubiertas cíclicas ramificada de  $K$ . Usando estas cotas determinamos el número de tránsito de muchos nudos de las tablas de hasta 12 cruces y probamos que hay nudos con número de tránsito arbitrariamente grande. Este es un trabajo conjunto con Joan Carlos Segura Aguilar.

## Referencias

- [1] M. EUDAVE-MUÑOZ AND J.C. SEGURA-AGUILAR. On the transient number of a knot. Preprint, arXiv:2307.14622 [math.GT], 2023.
- [2] Y. KODA AND M. OZAWA. Knot homotopy in subspaces of the 3-sphere. *Pac. J. Math.* **282**(2), 389–414, 2016.

Instituto de Matemáticas, Unidad Cuernavaca  
Universidad Nacional Autónoma de México  
Campus Morelos  
Cuernavaca, Morelos, México  
mario@im.unam.mx

## Sobre el determinante de nudos alternantes derivados de poliedros básicos

María de los Ángeles Guevara Hernández

**Palabras clave:** Determinante, nudo alternante, región complementaria, árbol de expansión

**Mathematics Subject Classification 2020:** 57K10

## Resumen

En esta plática, estudiaremos el comportamiento del determinante de una clase de nudos alternantes. Al considerar los diagramas reducidos de estos nudos como gráficas en  $S^2$  solo hay regiones complementarias con tres o más lados, es decir, sin bigonos. Se sabe que todos los nudos alternantes de hasta doce cruces con esta propiedad tienen su determinante mayor al de los nudos sin esta propiedad y con el mismo número de cruces. Además, se ha conjeturado que el nudo con el determinante máximo entre los nudos con el mismo número de cruces no tiene bigonos. Sin embargo, en esta plática daremos una familia de nudos sin bigonos cuyo determinante es menor que el determinante de nudos con bigonos y con el mismo número de cruces. Además, daremos un método para obtener el número de árboles de expansión de ciertas gráficas considerando su conectividad y con ello enunciamos una fórmula para obtener el determinante de los correspondientes nudos alternantes. Este es un trabajo conjunto con Mario Eudave.

CONAHCYT  
México  
guevarahernandez.angeles@gmail.com

## Curvatura total y área de 2-nudos cubulados

Gabriela Hinojosa

**Palabras clave:** 2-nudos, cubulación, curvatura, área

**Mathematics Subject Classification 2020:** 57Q15, 57Q35, 57Q05

### Resumen

Decimos que un 2-nudo cubulado  $K^2$  es un encaje de la 2-esfera en el 2-esqueleto de la cubulación canónica de  $\mathbb{R}^4$ ; en particular,  $K^2$  es la unión de  $m(K^2)$  cuadrados unitarios, de aquí que  $m(K^2)$  es su área. En esta plática abordaremos la pregunta: ¿Cuál es el área más pequeña necesaria para que un 2-nudo cubulado esté anudado? Este es un trabajo conjunto con Juan José Catalán.

### Referencias

- [1] T. BANCHOFF. Critical Points and Curvature for Embedded Polyhedra. *Journal of Differential Geometry*, **1**, 245–256, 1967.
- [2] T. BANCHOFF. Critical Points and Curvature for Embedded Polyhedral Surfaces. *The American Mathematical Monthly*, **77**(5), 475–485, 1970.
- [3] J. P. DÍAZ, G. HINOJOSA, R. VALDEZ, A. VERJOVSKY. Smoothing closed gridded surfaces embedded in  $\mathbb{R}^4$ . *Journal of Knot Theory and Its Ramifications*, **27**(12), 1850065, 2018.
- [4] J. MILNOR. On the total curvature of knots. *Annals of Mathematics*, **53**(2), 248–257, 1950.

Universidad Autónoma del Estado de Morelos,  
Av. Universidad 1001. Col. Chamilpa.  
62209, Cuernavaca, Morelos, México  
gabriela@uaem.mx

## Knots, Khovanov homology and torsion patterns

Pedro M. G. Manchón

**Palabras clave:** Knots, links, Khovanov homology, torsion patterns

**Mathematics Subject Classification 2020:** 57K10, 57K18

### Resumen

After a quick and visual walk through knot theory, I will explain what Khovanov homology is and recall some open questions about the presence of torsion in this homology. Finally I will present a pattern that allows determining specific elements of torsion. Joint work with Raquel Díaz (UCM).

Departamento de Matemática Aplicada a la Ingeniería Industrial  
ETSIDI - Universidad Politécnica de Madrid  
E-28012, Madrid, Spain  
pedro.gmanchon@upm.es

## Variedades y esquemas de caracteres en $SL_2(\mathbb{C})$

Joan Porti

**Palabras clave:** Representation variety, character variety

**Mathematics Subject Classification 2020:** 57K31

### Resumen

Dado un grupo de tipo finito  $\Gamma$ , estudiamos la diferencia entre la variedad y el esquema de representaciones y caracteres de  $\Gamma$  en  $SL_2(\mathbb{C})$ . En particular: (1) justificamos, en términos de geometría y topología de 3-variedades, por qué mirar esquemas (afines) y no sólo variedades y (2) adaptamos un algoritmo de González-Acuña y Montesinos-Amilibia para variedades al caso de esquemas [1]. No se requiere ningún conocimiento de esquemas, simplemente vamos a distinguir un punto doble, definido por  $x^2 = 0$ , de un punto simple,  $x = 0$ . Éste es un trabajo conjunto con Mi. Heusener de Clermont Ferrand [2].

### Referencias

- [1] F. GONZÁLEZ-ACUÑA AND J.M. MONTESINOS-AMILIBIA. On the character variety of group representations in  $SL(2, \mathbf{C})$  and  $PSL(2, \mathbf{C})$ . *Math. Z.* **214**(4), 627–652, 1993.
- [2] M. HEUSENER AND J. PORTI. The scheme of characters in  $SL_2$ . *Trans. Amer. Math. Soc.* **376**(9), 6283–6313, 2023.

Departament de Matemàtiques, Universitat Autònoma de Barcelona, and Centre de Recerca Matemàtica (UAB-CRM)  
08193 Cerdanyola del Vallès, Spain  
joan.porti@uab.cat

## Una nueva obstrucción a la positividad de nudos y enlaces

Marithania Silvero

**Palabras clave:** Homología de Khovanov, enlaces positivos, enlaces fibrados, nudos L-espaciales

**Mathematics Subject Classification 2020:** 57K10; 57K14, 57K16

### Resumen

La homología de Khovanov es un invariante de enlaces que categorifica el polinomio de Jones. En esta charla se presentarán algunos resultados sobre la homología de Khovanov de nudos fibrados positivos; en particular, se extenderá un resultado de Stosic que sostiene que la homología de Khovanov de los nudos que son clausura de una trenza positiva es trivial en grado homológico uno. También se expondrán algunos resultados sobre la homología de Khovanov de ciertas familias de enlaces cables, y se presentarán

evidencias sobre la posibilidad de extender dichos resultados a la familia de enlaces L-espaciales. Se trata de un trabajo conjunto con M. Kegel, N. Manikandan y L. Mousseau.

Universidad de Sevilla  
Facultad de Matemáticas - Avda. Reina Mercedes, Sevilla, Spain  
marithania@us.es

## 6.13. S13 Superficies algebraicas y complejas

VI Encuentro Conjunto RSME-SMM

València, 1-5 de Julio de 2024

Sesión Especial “Superficies algebraicas y complejas”

Organizadores:

**Francisco José Monserrat Delpalillo**, Universitat Politècnica de València,

framonde@mat.upv.es

**Jorge Olivares Vázquez**, CIMAT,

olivares@cimat.mx

# Distribución límite de exponentes espectrales de Hodge de curvas planas irreducibles

Josep Àlvarez Montaner

**Palabras clave:** Exponentes de Hodge, Distribución

**Mathematics Subject Classification 2020:** 14B05, 14H20

## Resumen

El objetivo de este trabajo es el estudio de la distribución de los exponentes espectrales de Hodge y su comparación con la distribución continua para el caso de curvas planas irreducibles. Damos una fórmula cerrada para la diferencia entre estas dos distribuciones en función de los invariantes numéricos de la curva. También caracterizamos aquellas familias de curvas cuyo límite es la distribución continua y damos intervalos formados por valores dominantes. Este es un trabajo conjunto con Maria Alberich-Carramiñana y Roger Gómez-López.

## Referencias

- [1] M. ALBERICH-CARRAMIÑANA, J. ÀLVAREZ MONTANER AND R. GÓMEZ-LÓPEZ.. Limit distribution of Hodge spectral exponents of irreducible plane curve singularities. *arXiv:2405.04504*.
- [2] P. ALMIRÓN AND M. SCHULZE.. Limit spectral distribution for non-degenerate hypersurface singularities. *C. R. Math. Acad. Sci. Paris* **360**, 699-710, 2022.
- [3] K. SAITO. The zeroes of characteristic function  $\chi_f$  for the exponents of a hypersurface isolated singular point. *Math. Soc. Japan* **1**, 195–218, 1983.

Universitat Politècnica de Catalunya

08028, Barcelona

josep.alvarez@upc.edu

# Singularidades de foliaciones en el plano e interpolación algebraica

Antonio Campillo

**Palabras clave:** Foliación, singularidad, esquema singular, polinomios, interpolación

**Mathematics Subject Classification 2020:** 47A16, 65M22, 65P20

## Resumen

El esquema singular de una foliación en el plano proyectivo determina la foliación. El problema de existencia de subesquemas singulares del mínimo grado posible que determinen la foliación presenta diversas conexiones con diversos problemas de interpolación algebraica.

Universidad de Valladolid  
Facultad de Ciencias, 47011 Valladolid, Spain  
Antonio.campillo@uva.es

## Complejidad del conjunto de exponentes de soluciones formales de ecuaciones diferenciales y en q-diferencias: problema local de Poincaré y rango racional.

José M. Cano Torres

**Palabras clave:** rational rank support series solutions, local Poincaré problem

**Mathematics Subject Classification 2020:** 34M25, 39A13

## Resumen

El conjunto de exponentes de una serie de potencias formal  $y(x)$  con exponentes reales solución de una ecuación polinómica diferencial o en q-diferencias  $F(y(x))=0$  debe cumplir ciertas propiedades en relación con el orden y grado de la ecuación. Estudiaremos dos casos: series de Puiseux solución de ecuaciones de orden y grado uno, y series de potencias con exponentes reales de orden y grado arbitrario. En el primer caso, se presenta un resultado relacionado con el problema de Poincaré local: acotar inferiormente la multiplicidad de la ecuación  $F$  en términos de los "factores característicos" (que se deducen de los exponentes característicos) de la serie de Puiseux solución. En el segundo caso, Grigoriev y Singer demostraron que el  $\mathbb{Z}$ -módulo generado por los exponentes de una solución es finito generado. Aquí avanzamos en esa dirección demostrando que su rango racional está acotado por el orden de la ecuación y mostramos la convergencia de aquellas soluciones que alcancen dicha cota. La técnica que utilizaremos será una adaptación del polígono de Newton para este tipo de ecuaciones.

En estos trabajos se ha colaborado con P. Fortuny Ayuso (Univ. Oviedo) y Javier Ribón (Univ. Federal Fluminense, Brasil).

## Referencias

- [1] J. CANO TORRES, P. FORTUNY AYUSO, J. RIBÓN. Complexity of Puiseux solutions of differential and q-difference equations of order and degree one. *Publ. Mat.*, 2024.

- [2] J. CANO TORRES, P. FORTUNY AYUSO. The rational rank of the support of generalized power series solutions of differential and q-difference equations. *Prepublicación*, 2024.
- [3] J. CANO TORRES, P. FORTUNY AYUSO, J. RIBÓN. The local Poincaré problem for irreducible branches. *Rev. Mat. Iberoamericana* **37** (6), 2229–2244, 2021.

Universidad de Valladolid  
 Facultad de Ciencias  
 Paseo Belén 7  
 47011-Valladolid. Spain  
 jcano@uva.es

## Invariantes analíticos de separatrices de foliaciones dicríticas

Oziel Gómez Martínez

**Palabras clave:** Folioaciones dicríticas, invariantes analíticos, clasificación analítica

**Mathematics Subject Classification 2020:** 14H15, 14H20, 32S05, 32S15, 32S65

### Resumen

En la década de 1960, O. Zariski introduce el problema de moduli de ramas planas, que consiste en dar la descripción, bajo equivalencia analítica de la clase de equisingularidad de una rama dada. Este problema estuvo abierto alrededor de 40 años, hasta que en 2011 A. Hefez y M. E. Hernandez dieron un solución completa a este problema. El objeto clave en la solución del problema es el conjunto de valores diferenciales de la rama; este conjunto tiene estructura de semimódulo sobre el semigrupo de la rama. En recientes trabajos de F. Cano, N. Corral y D. Senovilla (ver [1]), se demuestra que este semimódulo es finitamente generado, y se caracterizan los generadores de éste en términos del orden de contacto entre la rama y las foliaciones totalmente dicríticas. Dada una rama consideramos una foliación totalmente dicrítica que tiene como separatriz a dicha rama. El objetivo de esta charla es estudiar bajo qué condiciones sobre esta foliación se puede asegurar que todas las separatrices tienen el mismo semimódulo que la rama dada. Para abordar este problema se extiende la noción de transversalidad polar introducida por O. Gómez (ver [2]), con respecto a una base estándar de la rama. En particular, se presentan algunos resultados que permiten comparar los semimódulos de las separatrices de una foliación totalmente dicrítica.

Éste es un trabajo en desarrollo que se realiza en colaboración con N. Corral y D. Senovilla.

### Referencias

- [1] Cano, F., Corral, N. & Senovilla-Sanz, D. *Analytic Semiroots for Plane Branches and Singular Foliations*. Bull Braz Math Soc, New Series 54, 27 (2023). <https://doi.org/10.1007/s00574-023-00344-w>
- [2] Gómez-Martínez, Oziel. *Zariski Invariant For Non-Isolated Separatrices Through Jacobian Curves of Pseudo-Cuspidal Dicritical Foliations*. Journal of Singularities, 2021, vol. 23, p. 236-270.
- [3] Hefez, A. and Hernandez, M.E, *The analytic classification of plane branches*. Bulletin of the London Mathematical Society. 43(2):289-298, 2011.
- [4] Zariski, O, *The moduli problem for plane branches*. University lecture series AMS, Volume 39 (2006).

Centro de Investigación en Matemáticas (CIMAT)  
 Jalisco S/N, Col. Valenciana CP.36023  
 Guanajuato, México  
 oziel.gomez@cimat.mx

# Estudio de la integrabilidad algebraica de foliaciones planas a través de su extensión a superficies de Hirzebruch

Elvira Pérez Callejo

**Palabras clave:** Foliaciones, integral primera, superficies de Hirzebruch

**Mathematics Subject Classification 2020:** 32S65, 34C05, 14J26

## Resumen

Consideramos foliaciones polinómicas  $\mathcal{F}$  con singularidades aisladas en  $\mathbb{C}^2$ . Presentamos un algoritmo que, dado  $\delta \in \mathbb{Z}_{\geq 0}$ , proporciona una foliación holomorfa  $\mathcal{F}_\delta$  en  $\mathbb{F}_\delta$  tan que la restricción de  $\mathcal{F}_\delta$  a un conjunto abierto dado en  $\mathbb{F}_\delta$  es isomorfa a  $\mathcal{F}$ . A partir del estudio de la foliación extendida  $\mathcal{F}_\delta$  obtenemos algunas condiciones necesarias para que  $\mathcal{F}_\delta$  (y por tanto,  $\mathcal{F}$ ) admita una integral primera racional. Estos criterios se basan en datos obtenidos a partir de la resolución de singularidades dicríticas de  $\mathcal{F}_\delta$ .

Este es un trabajo conjunto con C. Galindo y F. Monserrat.

Esta comunicación es parte de la ayuda PID2022-138906NB-C22, financiada por MICIU/AEI/10.13039/501100011033/ y FEDER/UE y de la ayuda TED2021-130358B-I00, financiada por MCIN/AEI/10.13039/501100011033 y “FEDER Una manera de hacer Europa”, así como de la ayuda GACUJIMB/2023/03 y UJI-B2021-02 financiadas por la Universitat Jaume I.

## Referencias

- [1] CARLOS GALINDO, FRANCISCO MONSERRAT AND ELVIRA PÉREZ-CALLEJO. Algebraic Integrability of Planar Polynomial Vector Fields by Extension to Hirzebruch Surfaces. *Qual. Theory Dyn. Syst.* **21**, 126, 2022.
- [2] E. PÉREZ-CALLEJO. *Algebraic integrability of foliations by extension to Hirzebruch surfaces. Applications to bounded negativity*. PhD thesis, Departament de Matemàtiques, Universitat Jaume I, 2023.

Universitat Jaume I

Campus de Riu Sec, Departament de Matemàtiques & Institut Universitari de Matemàtiques i Aplicacions de Castelló, 12071, Castellón de la Plana, Spain  
callejo@uji.es

## Moderately Discontinuous Homology of surface singularities

María Pe Pereira

**Palabras clave:** Metric homology, Surface singularities, lipschitz geometry

**Mathematics Subject Classification 2020:** 14B05, 32S05, 32S50, 55N35, 51F99

## Resumen

En [1] introducimos la Homología Moderadamente Discontinua para dar invariantes bilipschitz de singularidades. En esta charla veremos que esta homología sirve para detectar, al menos en muchos casos, que la singularidad no es métricamente cónica.

## Referencias

[1] J. Fernández de Bobadilla, S. Heinze, M. Pe Pereira, E. Sampaio, *Moderately discontinuous homology*, Comm. Pure App. Math.. <https://doi.org/10.1002/cpa.22013>.

Disponible en <https://arxiv.org/pdf/1910.12552.pdf>

Universidad Complutense de Madrid, Instituto de Matemática Interdisciplinar  
28040, Madrid, Spain  
[maria.pe@ucm.es](mailto:maria.pe@ucm.es)

## Una nueva familia de contraejemplos al problema de Poincaré en $\mathbb{P}^2$

Claudia Reynoso Alcántara

**Palabras clave:** pincel, foliación, fibración

**Mathematics Subject Classification 2020:** Primary: 14H50, 32M25

## Resumen

El objetivo principal es mostrar una nueva familia de contraejemplos al clásico problema de Poincaré sobre acotar el grado de la posible primera integral racional de una foliación en  $\mathbb{P}^2$ , en términos del grado de la misma. La novedad de esta familia es que las foliaciones tienen una única singularidad y la fibración asociada es isotrivial. Veremos también algunas propiedades relacionadas con la estabilidad de los pinceles y de las foliaciones (en el sentido de GIT). Este es un trabajo conjunto con Alexis Zamora de la Universidad Autónoma de Zacatecas, en México.

Universidad de Guanajuato  
Guanajuato, México  
[claudia@cimat.mx](mailto:claudia@cimat.mx)

## 6.14. S14 De grafos y gráficas

VI Encuentro Conjunto RSME-SMM

València, 1-5 de Julio de 2024

Sesión Especial “De grafos y gráficas”

Organizadores:

**Kolja Knauer**, Universitat de Barcelona,  
kolja.knauer@ub.edu

**Amanda Montejano**, Universidad Nacional Autónoma de México,  
amandamontejano@ciencias.unam.mx

**Guillem Perarnau**, Universitat Politècnica de Catalunya, Centre de Recerca Matemàtica,  
guillem.perarnau@upc.edu

### A new method to find the spectra and eigenspaces of combined voltage graphs

Cristina Dalfó

**Palabras clave:** Spectral graph theory, Voltage graphs

**Mathematics Subject Classification 2020:** 05C50

#### Resumen

In this talk, we define a generalization of voltage graphs called combined voltage graphs. Moreover, we give a general definition of a matrix associated with a combined voltage graph, which allows us to provide a new method for computing the eigenvalues and eigenspaces of such graphs.

Dept. de Matemàtica, Universitat de Lleida  
08700 Igualada, Barcelona.  
cristina.dalfo@udl.cat

### Resiliencia local de grafos geométricos aleatorios: conectividad y ciclos

Alberto Espuny Díaz

**Palabras clave:** Resiliencia local en grafos, grafos geométricos aleatorios, conectividad, ciclos

**Mathematics Subject Classification 2020:** 05C80

#### Resumen

Resiliencia local de grafos geométricos aleatorios: conectividad y ciclos Resumen: En las últimas décadas se ha dedicado un esfuerzo considerable a trasladar resultados extremales a la teoría de grafos aleatorios. Una de las direcciones en la que se ha explorado esta traslación es lo que se conoce como resiliencia local",

que Sudakov y Vu empezaron a estudiar de forma sistemática y, a grandes rasgos, se centra en determinar condiciones de grado mínimo que garanticen que todos los subgrafos de un grafo aleatorio cumplan una propiedad deseada. En esta charla, presentaré brevemente algunos resultados del área para motivar un problema sobre la resiliencia local de grafos geométricos aleatorios, y a continuación presentaré algunos resultados positivos. En concreto, daré condiciones que garantizan que a.c.s. todos los subgrafos de un grafo geométrico aleatorio satisfacen propiedades de interés. Estas propiedades serán la conectividad y la propiedad de contener ciclos largos, particularmente ciclos hamiltonianos o de longitud lineal en el número de vértices. Estos resultados se han obtenido en un trabajo conjunto con Lyuben Lichev y Alexandra Wesolek.

Institut für Informatik, Universität Heidelberg  
69120 Heidelberg, Germany.  
espany-diaz@informatik.uni-heidelberg.de

## Disjoint isomorphic balanced clique subdivisions

Irene Gil

**Palabras clave:** Density theorems, graph subdivisions

**Mathematics Subject Classification 2020:** 05C35

### Resumen

A thoroughly studied problem in Extremal Graph Theory is to find the best possible density condition in a host graph  $G$  for guaranteeing the presence of a particular subgraph  $H$  in  $G$ . One such classical result, due to Bollobás and Thomason, and independently Komlós and Szemerédi, states that average degree  $O(k^2)$  guarantees the existence of a  $K_k$ -subdivision. We study two directions extending this result.

- Verstraëte conjectured that the quadratic bound  $O(k^2)$  would guarantee already two vertex-disjoint isomorphic copies of a  $K_k$ -subdivision.
- Thomassen conjectured that for each  $k \in \mathbb{N}$  there is some  $d = d(k)$  such that every graph with average degree at least  $d$  contains a balanced subdivision of  $K_k$ , that is, a copy of  $K_k$  where the edges are replaced by paths of equal length. Recently, Liu and Montgomery confirmed Thomassen's conjecture, but the optimal bound on  $d(k)$  remains open.

In this talk, we will survey the main ideas needed to show that the quadratic bound  $O(k^2)$  suffices to force a balanced  $K_k$ -subdivision. This gives the optimal bound on  $d(k)$  needed in Thomassen's conjecture and implies the existence of  $O(1)$  many vertex-disjoint isomorphic  $K_k$ -subdivisions, confirming Verstraëte's conjecture in a strong sense.

Mathematics Institute and DIMAP, University of Warwick  
Coventry CV4 7AL, UK.  
irene.gil-fernandez@warwick.ac.uk.

## Gráficas de link constante y números de Turán inducido

Adriana Hansberg

**Palabras clave:** Link constante, números de Turán inducidos

**Mathematics Subject Classification 2020:** 05C35

## Resumen

Una gráfica se dice que es de link constante  $H$  si la vecindad de todos sus vértices es isomorfa a  $H$ . Dadas gráficas  $H$  y  $G$  y un número entero  $n$ , el número de Turán inducido  $T(n, H - \text{ind}, G)$  es el máximo número de aristas que puede tener una gráfica de  $n$  vértices sin copias de  $G$  ni copias inducidas de  $H$ . En esta charla hablaré sobre diversas construcciones interesantes de gráficas de link constante y su conexión con los números de Turán inducidos. Este trabajo es una colaboración con Yair Caro y Zsolt Tuza.

Instituto de Matemáticas, UNAM Juriquilla  
76230 Querétaro, Mexico.  
ahansberg@im.unam.mx

## Rigid graphs from regular tilings

Gil Puig i Surroca

**Palabras clave:** Graph rigidity, Tilings, Monoids

**Mathematics Subject Classification 2020:**

## Resumen

A graph is rigid if its only endomorphism is the identity. The first aim of the talk will be to explain how to construct  $k$ -regular rigid graphs for an arbitrary  $k \geq 3$ . The second aim will be to link these constructions to the problem of realizing a prescribed monoid as the endomorphism monoid of a regular graph. This is ongoing work with Kolja Knauer.

LAMSADE, Université Paris Dauphine - PSL  
75775 Paris Cedex 16, France.  
gil.puig-i-surroca@dauphine.eu

## Coloraciones completas, planos proyectivos y la gráfica completa

Christian Rubio

**Palabras clave:** Coloraciones de grafos, planos proyectivos finitos

**Mathematics Subject Classification 2020:** 05C15

## Resumen

Las coloraciones completas verifican que cada par de colores tienen alguna incidencia en común. Los planos proyectivos verifican que cada par de puntos definen una única línea. La gráfica completa verifica que cada par de vértices son adyacentes. La estrecha relación de estos objetos ha dado una serie de resultados en la teoría cromática. En esta charla, recopilaremos resultados previos y presentaremos varios resultados recientes.

División de Matemáticas e Ingeniería, FES Acatlán, Universidad Nacional Autónoma de México  
53150 Naucalpan de Juárez, México.  
christian.rubio@acatlan.unam.mx

# Parity Property of Hexagonal Sliding Puzzles

Erika Roldan

**Palabras clave:** Combinatorial games, hard tiles

**Mathematics Subject Classification 2020:** 05C57

## Resumen

We study the puzzle graphs of hexagonal sliding puzzles of various shapes and with various numbers of holes. The puzzle graph is a combinatorial model that captures the solvability and the complexity of sequential mechanical puzzles. Questions relating to the puzzle graph have been previously studied and resolved for the 15 Puzzle, the most famous and unsolvable square sliding puzzle of all time. The puzzle graph is also a discrete model for the configuration space of hard tiles (hexagons or squares) moving on different tessellation-based domains. Understanding the combinatorics of the puzzle graph leads to understanding some aspects of the topology of these configuration spaces.

ScaDS.AI, Leipzig University

04105 Leipzig, Germany

*and*

Max Planck Institute for Mathematics in the Sciences

04103 Leipzig, Germany

roldan@mis.mpg.de

# Coloraciones acíclicas y completas en digráficas

Mika Olsen

**Palabras clave:**

**Mathematics Subject Classification 2020:** 05C57

## Resumen

Una coloración de los vértices de una digráfica es acíclica si las clases cromáticas inducen una subgráfica sin ciclos dirigidos y es completa si entre cualquier par de clases cromáticas hay una flecha de ida y de vuelta. El número dicromático es el mínimo número de colores de una coloración acíclica y completa y fue introducido por Víctor Neumann-Lara como una generalización del número cromático para digráficas. Recientemente, Araujo-Pardo et. al. definieron el número diacromático como el máximo número de colores de una coloración acíclica y completa y, además, el número de DiGrundy como el número máximo de colores de una coloración acíclica obtenido mediante un algoritmo greedy. En esta charla voy a presentar resultados generales del número diacromático de digráficas; el número diacromático para algunas familias de digráficas; voy a discutir la relación entre el número dicromático y el número diacromático en digráficas no simétricas, y finalmente, voy a presentar resultados del número DiGrundy para digráficas así como la propiedad de interpolación y relaciones tipo Nordhaus-Gaddum.

Universidad Autónoma Metropolitana-Cuajimalpa

05348 Ciudad de México, México

olsen.mika@gmail.com

## 6.15. S15 Sistemas Dinámicos y Foliaciones

VI Encuentro Conjunto RSME-SMM

València, 1-5 de Julio de 2024

Sesión Especial “Sistemas Dinámicos y Foliaciones”

Organizadores:

**Felipe Cano Torres**, Universidad de Valladolid,

canotorresfelipe@gmail.com

**Carlos Cabrera Ocañas**, Universidad Nacional Autónoma de México,

carloscabrerao@im.unam.mx

**Patricia Domínguez Soto**, Benemérita Universidad Autónoma de Puebla,

pdsoto@cfm.buap.mx

### Semirraíces de una curva plana y foliaciones dicríticas

Nuria Corral Pérez

**Palabras clave:** Foliaciones dicríticas, semirraíces, invariantes analíticos de curvas planas

**Mathematics Subject Classification 2020:** 32S65,14H20

### Resumen

Las semirraíces topológicas de una curva plana irreducible  $C$  son curvas que codifican parte de la información topológica de  $C$ . En esta charla describiremos cómo construir foliaciones dicríticas en  $(\mathbb{C}^2, 0)$  a partir de las semirraíces de  $C$ . Daremos condiciones necesarias y suficientes para que dichas foliaciones tengan una componente dicrítica en uno de los divisores de bifurcación de la reducción de singularidades de  $C$ . Además, se estudiará cómo recuperar invariantes analíticos discretos de la curva  $C$  a partir de las 1-formas que definen las foliaciones que hemos obtenido.

Este es un trabajo conjunto con M. E. Hernandez and M. E. R. Hernandez.

### Referencias

- [1] F. CANO; N. CORRAL; D. SENOVILLA-SAN, Analytic semiroots for plane branches and singular foliations, *Bull. Braz. Math. Soc. (N.S.)* (54, no. 2); 2023; pp.27-49.
- [2] N. CORRAL, Jacobian and polar curves of singular foliations To Appear in “Handbook of Geometry and Topology of Singularities V: Foliations”, Springer, 2024.
- [3] N. CORRAL; M. E. HERNANDES; M. E. R. HERNANDES, Dicritical foliations and semiroots of plane branches. arXiv:2304.01047

Universidad de Cantabria

Cantabria, Spain

nuria.corral@unican.es

# Estudio de la dinámica de una familia meromorfa afuera de un conjunto compacto contable de singularidades esenciales

Patricia Domínguez Soto

**Palabras clave:** Conjuntos de Julia y Fatou, funciones meromorfas, conjunto compacto contable

**Mathematics Subject Classification 2020:** 37F10, 20M3

## Resumen

Estudiaremos una familia de funciones meromorfas afuera de un conjunto compacto contable de singularidades esenciales, sus conjuntos de Julia y Fatou para ciertos parámetros y algunas de sus propiedades.

El trabajo es una colaboración con Laura Cano Cordero.

Benemérita Universidad Autónoma de Puebla  
Puebla, México  
pdsoto@fcfm.buap.mx

## Interpretación geométrica de invariantes de foliaciones

Jessica Jaurez-Rosas

**Palabras clave:** Folioles dicríticas y no dicríticas, Invariantes de clasificación analíticos, Curvas de tangencia

**Mathematics Subject Classification 2020:** 32S65, 34M45, 32S05

## Resumen

En la década de los 70, R. Thom planteó el problema de encontrar los invariantes mínimos para clasificar analíticamente a gérmenes de foliaciones en  $\mathbb{C}^2$ . En una conjetura, Thom planteó que el invariante de una foliación no dicrítica sería una pareja de objetos geométricos asociados a la foliación, a saber, las separatrices y su holonomía.

Más tarde, la conjetura de Thom fue refutada, y el problema fue abordado desde diversas perspectivas por varios autores, entre ellos R. Moussu [2], J-F. Mattei [1], y L. Ortiz-Bobadilla, E. Rosales-González y S. Voronin [3], [4].

En esta plática nos enfocaremos en los invariantes de clasificación obtenidos en [3], [4]. Nuestro propósito será introducir una interpretación geométrica de estos invariantes, la cual busca recuperar el espíritu de la conjetura de Thom. Para ello, nos enfocaremos en la parte no geométrica de los invariantes, que consiste en *objetos paramétricos*, mediante los cuales realizaremos *curvas de tangencia* (curvas polares) de *parejas de foliaciones dicrítica - no dicrítica*.

Este trabajo es una colaboración con L. Ortiz-Bobadilla.

## Referencias

- [1] J-F. MATTEI, Modules de feuilletages holomorphes singuliers. I. Équisingularité., *Invent. Math.*, 103 (2); 1991; pp. 297-325.

- [2] R. MOUSSU, Holonomie évanescence des équations différentielles dégénérées transverses, *Singularities and Dynamical Systems* (S. N. Pnevmticos, ed.) North-Holland, Amsterdam; 1985; pp.161-173.
- [3] L. ORTIZ-BOBADILLA, E. ROSALES-GONZÁLEZ, S. M. VORONIN, Rigidity Theorems for Generic Holomorphic Germs of Dicritic Foliations and Vector Fields in  $(\mathbb{C}^2; 0)$ , *Moscow Mathematical Journal*, Vol. 5 , Number 1; 2005; pp. 171-206.
- [4] L. ORTIZ-BOBADILLA, E. ROSALES-GONZÁLEZ, S. M. VORONIN, Thom's Problem for the Orbital Analytic Classification of Degenerate Singular Points of Holomorphic Vector Fields on the Plane, *Moscow Mathematical Journal*, 12 (4); 2012; pp. 825-862.

Universidad Nacional Autónoma de México  
 Facultad de Ciencias  
 CDMEX, México  
 jauroja@gmail.com

## Dinámica local de biholomorfismos tangentes a la identidad en dimensión dos

Lorena López-Hernanz

**Palabras clave:** Dinámica discreta local, variedades estables

**Mathematics Subject Classification 2020:** 32H50, 37F99

### Resumen

Nuestro objetivo es el estudio de la dinámica local de biholomorfismos en  $\mathbb{C}^2$  que son tangentes a la identidad (es decir, cuya parte lineal es la identidad) y más concretamente de la existencia de variedades estables, de dimensión uno o dos. Presentaremos varios resultados recientes en esta línea, y mostraremos su conexión con la dinámica local de campos de vectores.

Universidad de Alcalá  
 Alcalá de Henares Madrid, Spain  
 lorena.lopez@uah.es

## On amenability and measure of maximal entropy for semigroups of rational maps

Peter Makienko

**Palabras clave:** Dinámica holomorfa, semigrupos y promediabilidad

**Mathematics Subject Classification 2020:** 37F10, 20M30

### Resumen

En esta plática nos concentraremos en algunos resultados y sus consecuencias relacionados a un análogo a la conjetura de promediabilidad de von Neumann para semigrupos de endomorfismos holomorfos de la línea proyectiva. Este es un trabajo forma parte de un proyecto en curso. Este proyecto busca estudiar las relaciones entre las propiedades algebraicas, geométricas y dinámicas en semigrupos de aplicaciones racionales.

Universidad Nacional Autónoma de México  
Instituto de Matemáticas, Unidad Cuernavaca, México  
makienko@im.unam.mx

## Hipersuperficies invariantes para foliaciones de codimensión uno

Beatriz Molina Samper

**Palabras clave:** Folioaciones holomorfas, singularidades, hipersuperficies invariantes

**Mathematics Subject Classification 2020:** 32S65, 32S45, 14E15

### Resumen

Una hipersuperficie es invariante para una foliación de codimensión uno si es una hoja de la foliación (fuera del lugar singular). En el corazón de la teoría de foliaciones holomorfas radica la pregunta de R. Thom sobre la existencia de hipersuperficies invariantes. En esta charla hablaremos sobre el estado de esta cuestión, centrandó nuestra atención en familias de foliaciones (posiblemente dicríticas) donde hay una respuesta positiva. Este es un trabajo conjunto con Felipe Cano.

Universidad de Valladolid  
Facultad de Ciencias  
Valladolid, Spain  
lbeatriz.molina@uva.es

## Modelos locales en la comprensión de parejas de foliaciones analíticas por curvas

Laura Ortiz Bobadilla

**Palabras clave:** Folioaciones, invariantes analíticos

**Mathematics Subject Classification 2020:** 32H50, 37F99

### Resumen

En la charla abordaremos el problema de la clasificación analítica de foliaciones en vecindades del origen en el plano complejo. Para ello habremos de considerar parejas de ecuaciones diferenciales; es decir, en el abierto a considerar, se tendrán dos foliaciones de diferentes tipos con las que nos ayudaremos a dar sistemas coordinados en ciertas regiones. En los lugares en los que las foliaciones sean tangentes, dicho sistema coordinado no puede ser definido de la misma forma, sin embargo, los lugares de tangencias aportarán información fundamental para dicha clasificación.

En la charla nos limitaremos a mostrar la existencia y uso de representantes (modelos) analíticos locales. Si el tiempo lo permite, se dará una idea de cómo esto permite establecer una relación entre dichos invariantes analíticos de clasificación

Universidad Nacional Autónoma de México  
Instituto de Matemáticas  
CDMEX. México  
laura@im.unam.unam.mx

# Cálculo de una Base de Saito para una curva con un par de Puiseux

David Senovilla-Sanz

**Mathematics Subject Classification 2020:** 14H20, 32S65

**Palabras clave:** Bases de Saito, valores diferenciales

## Resumen

Para cualquier curva plana  $C$  en  $(\mathbb{C}^2, \mathbf{0})$  se tiene que el módulo de 1-formas holomorfas que tienen a  $C$  como curva invariante es libre de rango 2. Llamamos base de Saito a una base cualquiera de este módulo. En esta charla ofrecemos un método para calcular una base de Saito en el caso en el que la curva  $C$  es irreducible y tiene un único par de Puiseux. Dicho método se basa en el uso de información obtenida a partir del llamado semimódulo de valores diferenciales de la curva. También explicaremos una generalización de los invariantes analíticos dados por Y. Genzmer. Este trabajo se realizó conjuntamente con F. Cano y N. Corral.

Universidad de Cantabria  
Cantabria, Spain  
david.senovilla@unican.es

## 6.16. S16 Ecuaciones en Derivadas Parciales no Lineales y Aplicaciones

VI Encuentro Conjunto RSME-SMM

València, 1-5 de Julio de 2024

Sesión Especial “Ecuaciones en Derivadas Parciales no Lineales y Aplicaciones”

Organizadores:

**Briceyda B. Delgado**, INFOTEC, Aguascalientes

briceydadelgado@gmail.com

**Rosa Pardo**, Universidad Complutense de Madrid,

rpardo@ucm.es

### Bifurcación de sistemas elípticos con condiciones de frontera subcríticas

**Briceyda B. Delgado**

**Palabras clave:** sistemas elípticos, condiciones de frontera no lineales, teoría de bifurcación, teoría de grado

**Mathematics Subject Classification 2020:** 35J65, 35J61, 35J15

### Resumen

Consideramos un sistema de ecuaciones elípticas con condiciones de frontera superlineales y subcríticas, además el sistema posee un parámetro de bifurcación como factor. Combinando el método de reescalado y la teoría de grado, demostramos que existe una rama conexa de soluciones positivas que bifurcan desde el infinito cuando el parámetro tiende a cero.

Además, veremos un resultado de bifurcación global cuando las no linealidades satisfacen condiciones adicionales cerca de cero. Más concretamente, demostraremos que existe una rama conexa de soluciones positivas que bifurcan desde cero, con un único punto de bifurcación desde el infinito cuando el parámetro es cero.

El presente es un trabajo conjunto con Shalmali Bandyopadhyay, Maya Chhetri, Nsoki Mavinga y Rosa Pardo.

### Referencias

- [1] S. BANDYOPADHYAY, M. CHHETRI, B. B. DELGADO, N. MAVINGA AND R. PARDO. Bifurcation and Multiplicity Results for Elliptic Problems with Subcritical Nonlinearity on the Boundary. *arXiv* **2105.11890**, 2021.

INFOTEC, Aguascalientes

M-20326, Aguascalientes, México

briceyda.delgado@infotec.mx

# Explorando el efecto de los aerosoles en la formación de lluvia mediante modelos matemáticos

Gerardo Hernández Dueñas

**Palabras clave:** Ecuaciones Boussinesq, Microfísica de nubes, Convección turbulenta

**Mathematics Subject Classification 2020:** 35Q86, 65M22, 35Q35

## Resumen

Por décadas se ha estudiado cómo la contaminación en el aire puede afectar la formación e intensidad de la lluvia. Dichos estudios se han basado en argumentos basados en datos experimentales, pero también en los resultados numéricos de modelos matemáticos que se han desarrollado con ese propósito. Dichos estudios han mostrado que el exceso de aerosoles en la atmósfera puede inhibir, disminuir o incrementar la precipitación. Este es un problema complejo que requiere de la parametrización de procesos físicos que ocurren en escalas espaciales y temporales diversas. En esta charla, presentaremos un modelo simplificado 3D basado en Ecuaciones Diferenciales Parciales, capaz de parametrizar la turbulencia precipitante, incorporando el efecto de la presencia de núcleos de condensación de nube en la condensación. Mediante diferentes simulaciones, mostraremos cómo tanto la concentración como distribución de los núcleos de condensación influyen en la formación e intensidad de la lluvia.

Este es un trabajo en conjunto con Olmo Guerrero Medina [1].

## Referencias

- [1] O. GUERRERO MEDINA AND G. HERNÁNDEZ-DUEÑAS. Exploring the excess of cloud condensation nuclei and rain suppression using a minimal three-dimensional Boussinesq model with bulk cloud microphysics. *Physics of Fluids* **36**(4), 1–16, 2024.

Instituto de Matemáticas (IMATE)  
M-76230, Querétaro, Mexico  
hernandez@im.unam.mx

# Comportamiento asintótico en problemas fraccionarios

Víctor Hernández Santamaría

**Palabras clave:**

**Mathematics Subject Classification 2020:**

## Resumen

Al estudiar modelos descritos por ecuaciones en derivadas parciales, surge una pregunta importante: ¿cómo se comporta el sistema al variar sus parámetros? En esta charla, presentaremos resultados recientes que tratan sobre el comportamiento asintótico de ecuaciones relacionadas con el laplaciano fraccionario. Nos enfocaremos en la transición no local a local del problema, así como en el comportamiento de las soluciones cuando el parámetro fraccionario tiende a cero, lo que da lugar a la aparición de un nuevo operador conocido como el laplaciano logarítmico.

Instituto de Matemáticas (UNAM)  
M-04510, Ciudad de México, México  
victor.santamaria@im.unam.mx

## Torsional rigidity in random walk spaces

José M. Mazón

**Palabras clave:** Torsion rigidity, random walks, weighted graphs, Saint-Venant inequality, Faber-Krahn inequality

**Mathematics Subject Classification 2020:** 35K55, 47H06, 47J35

### Resumen

This lecture deals with the (nonlocal) torsional rigidity in the ambient space of random walk spaces. We get the relation of the (nonlocal) torsional rigidity of a set  $\Omega$  with the spectral  $m$ -heat content of  $\Omega$ , what gives rise to a complete description of the nonlocal torsional rigidity of  $\Omega$  by using uniquely probability terms involving the set  $\Omega$ ; and recover the first eigenvalue of the nonlocal Laplacian with homogeneous Dirichlet boundary conditions by a limit formula using these probability term. For the random walk in  $\mathbb{R}^N$  associated with a non singular kernel, we get a nonlocal version of the Saint-Venant inequality, and, under rescaling we recover the classical Saint-Venant inequality. We study the nonlocal  $p$ -torsional rigidity and its relation with the nonlocal Cheeger constants. We also get a nonlocal version of the Pólya-Makai-type inequalities. We relate the torsional rigidity given here for weighted graphs with the torsional rigidity on metric graphs.

Joint work with J. Toledo

Universitat de València  
E-46010, Valencia, España  
Jose.M.Mazon@uv.es

## Estimaciones tipo Schauder en Grupos de Carnot

Isidro Humberto Munive Lima

**Palabras clave:** Teoría de Regularidad, Ecuaciones Sub-elípticas

**Mathematics Subject Classification 2020:** 35J60, 35D40

### Resumen

El objetivo principal de la plática es presentar estimaciones tipo Schauder cerca de una porción no-característica de la frontera en grupos de Carnot. Nuestra prueba se basa en argumentos inspirados por los trabajos fundamentales de Caffarelli en los 90's y algunas ideas recientes de De Silva y Savin. Este es un trabajo en conjunto con Agnid Banerjee y Nicola Garofalo.

### Referencias

- [1] A. BANERJEE, N. GAROFALO & I. H. MUNIVE, Higher order Boundary Schauder Estimates in Carnot Groups, arXiv:2210.12950. Accepted in *Mathematische Annalen*.

- [2] A. BANERJEE, N. GAROFALO & I. H. MUNIVE, Subelliptic Schauder estimates at the boundary of  $C^{1,\alpha}$ -domains. *Calc. Var.* (2019) 58: 97. DOI: 10.1007/s00526-019-1531-2.

Universidad de Guadalajara  
Centro Universitario de Ciencias Exactas e Ingenierías  
Blvd. Gral. Marcelino García Barragán 1421, Olímpica, 44430 Guadalajara, Jal.  
isidro.munive@academicos.udg.mx

## Positive solutions for slightly subcritical elliptic problems

Rosa Pardo

**Palabras clave:** Positive solutions, Subcritical nonlinearity, Changing sign weight.

**Mathematics Subject Classification 2020:** 58E07, 35J20, 35B32.

### Resumen

We focus on semilinear elliptic equations involving sign-changing weight function and a nonlinearity of subcritical nature understood in a generalized sense. Using an Orlicz-Sobolev space setting, we consider superlinear nonlinearities which do not have a polynomial growth, and state sufficient conditions guaranteeing the Palais-Smale condition. We study the existence of a bifurcated branch of classical positive solutions, containing a turning point, and providing multiplicity of solutions.

This is a joint work with Mabel Cuesta (Université du Littoral Côte d'Opale).

### Referencias

- [1] M. CUESTA AND R. PARDO. Positive solutions for slightly subcritical elliptic problems via Orlicz spaces. *Milan J. Math.*, **90**(1), 229–255, 2022.

Universidad Complutense de Madrid  
28040, Madrid, Spain  
rpardo@ucm.es

## Existence for quasilinear elliptic equations involving asymptotic linear growth operators

Sergio Segura de León

**Palabras clave:** 1-Laplacian operator, Prescribed mean curvature, Linear growth functional, Functions of bounded variation.

**Mathematics Subject Classification 2020:** 35J92, 35J93, 35B38

### Resumen

This talk is devoted to studying the existence of solutions to problems

$$\begin{cases} -\operatorname{div}(\phi(|\nabla u|)\nabla u) = f(x) & \text{in } \Omega, \\ u = 0 & \text{on } \partial\Omega, \end{cases} \quad (1)$$

where  $\Omega \subset \mathbb{R}^N$  is a bounded open set having Lipschitz continuous boundary,  $N \geq 2$  and  $f \in L^{N,\infty}(\Omega)$ .

Regarding the function  $\phi : \mathbb{R}_+ \rightarrow \mathbb{R}_+$ , it satisfies

( $\phi_1$ ) Function  $s \mapsto \phi(s)s$  is non-decreasing in  $\mathbb{R}_+$ ;

( $\phi_2$ )  $\lim_{s \rightarrow +\infty} \phi(s)s = 1$ ;

( $\phi_3$ ) Function  $s \mapsto \phi(s)s$  is continuous in  $(0, +\infty)$ .

Main examples of equations that can be written as in (1) for suitable functions  $\phi$  are:

1. When  $\phi(s)s = 1$  for  $s > 0$ , the operator in (1) becomes the 1-Laplacian.

2. When  $\phi(s)s = \frac{s}{\sqrt{1+s^2}}$ , we find the prescribed mean curvature operator.

It is well-known that in both cases, a smallness condition on the datum  $f$  is necessary to obtain the existence of a solution. Our aim is to identify, in the general case (1), the threshold on the size of the datum so that below this value there exists a solution and above it there does not.

Formally, problem (1) is the Euler-Lagrange equation of minimizing an asymptotic linear growth functional.

This is a joint work with Francescantonio Oliva (Sapienza Università di Roma), Francesco Petitta (Sapienza Università di Roma), Marcos T.O. Pimenta (Universidade Estadual Paulista)

Universitat de València  
E-46010, Valencia, España  
Sergio.Segura@uv.es

## Algunos resultados de control para sistemas de Navier-Stokes acoplados

Luz de Teresa

**Palabras clave:** Control, sistemas acoplados, Stokes, Navier-Stokes

**Mathematics Subject Classification 2020:** 76D05, 35Q30, 95B07, 93C10

### Resumen

En esta charla presentaremos algunos resultados de control para varias ecuaciones de Stokes y de Navier-Stokes acopladas. Estos resultados generalizan resultados clásicos de Ecuaciones Diferenciales Ordinarias. Estos trabajos son en colaboración con Takéo Takahashi y Yingying Wu-Zhang.

### Referencias

- [1] AMMAR-KHODJA, FARID AND BENABDALLAH, ASSIA AND GONZÁLEZ-BURGOS, MANUEL AND DE TERESA, LUZ, Recent results on the controllability of linear coupled parabolic problems: a survey, *Math. Control Relat. Fields*, **1**, (2011),267–306.
- [2] TAKÉO TAKAHASHI, LUZ DE TERESA, YINGYING WU-ZHANG . Controllability results for cascade systems of  $m$  coupled  $N$ -dimensional Stokes and Navier-Stokes systems by  $N-1$  scalar controls *ESAIM: COCV*, **29** (2023) 31 pp.
- [3] TAKÉO TAKAHASHI, LUZ DE TERESA, YINGYING WU-ZHANG . A Kalman condition for the controllability of a coupled system of Stokes equations *J. Evol. Equ.* **24**, 4 (2024)

Instituto de Matemáticas (UNAM)  
M-04510, Ciudad de México, México  
ldeteresa@im.unam.mx

## 6.17. S17 Análisis topológico de datos: teoría y aplicaciones

VI Encuentro Conjunto RSME-SMM

València, 1-5 de Julio de 2024

Sesión Especial “Análisis topológico de datos: teoría y aplicaciones”

Organizadores:

**Mauricio Che**, Durham University,

mauricio.a.che-moguel@durham.ac.uk

**Manuel M Cuerno**, CUNEF Universidad,

manuel.mellado@cunef.edu

**María José Jiménez**, Universidad de Sevilla,

majiro@us.es

### Tackling the graph isomorphism problem using persistent homology.

Rubén Ballester

**Palabras clave:** Graph learning, Expressivity, Graphs, Persistent homology

**Mathematics Subject Classification 2020:**

### Resumen

Persistent homology (PH) has emerged as one of the main tools in applied topology for machine learning. PH has recently shown strong empirical performance in the context of graph classification. One of the measures that characterize the quality of a graph classification algorithm is its expressivity, that is, the capacity of the algorithm to produce different labels to non-isomorphic graphs and the same labels to isomorphic ones. In this talk, we will examine the expressivity of PH. In the theoretical part, we will show that PH up to a given dimension  $k$  is at least as expressive as the classical  $k$ -dimensional Weisfeiler–Lehman algorithm. In a practice-oriented part, we will analyze the effectiveness of PH, using suitable graph filtrations, in distinguishing actual pairs of non-isomorphic graphs.

Universidad de Barcelona

Gran Via de les Corts Catalanes, 585, 08007 Barcelona, Spain

ruben.ballester@ub.edu

### Topological Data Analysis of coloured point clouds

Maria Jose Jimenez

**Palabras clave:** Coloured point clouds, Chromatic alpha filtration, Chromatic Delaunay–Čech, Chromatic Delaunay–Rips, Generalised discrete Morse Theory

**Mathematics Subject Classification 2020:** 55N31 (Primary) 52-08 (Secondary)

## Resumen

In different areas of application such as spatial biology or ecology, it might be useful to analyse the topology of the spatial distribution of points representing multi-species data. The chromatic alpha filtration [2] is a generalization of the alpha filtration that can encode spatial relationships among classes of labelled point clouds, and hence, can be applied to such contexts. In [1], we use generalized discrete Morse theory to show that the Čech, chromatic Delaunay–Čech, and chromatic alpha filtrations are related by simplicial collapses. Our result generalizes a result of Bauer and Edelsbrunner [3] from the non-chromatic to the chromatic setting and provides theoretical justification for the use of the *chromatic Delaunay–Rips* filtration instead of the much more computationally expensive chromatic alpha filtration. This is joint work with A. Natarajan, T. Chaplin and A. Brown.

## Referencias

- [1] A. NATARAJAN, T. CHAPLIN, A. BROWN, M.J. JIMENEZ. Morse theory for chromatic Delaunay triangulations. *arXiv:2405.19303* 2024.
- [2] S. CULTRERA DI MONTESANO, O. DRAGANOV, H. EDELSBRUNNER, M. SAGHAFIAN. Chromatic Alpha Complexes. *arXiv:2212.03128v3*. 2024.
- [3] U. BAUER, H. EDELSBRUNNER. The Morse theory of Čech and Delaunay complexes. *Trans. Amer. Math. Soc.* **369**,3741-3762, 2017.

Universidad de Sevilla  
Av. Reina Mercedes, ETSI Informatica  
41012, Sevilla, Spain  
majiro@us.es

## Metric geometry of spaces of persistence diagrams

Fernando Galaz-García

**Palabras clave:**

**Mathematics Subject Classification 2020:**

## Resumen

Persistence diagrams are central objects in topological data analysis. They are pictorial representations of persistence homology modules and describe topological features of a data set at different scales. In this talk, I will discuss the geometry of spaces of persistence diagrams and connections with the theory of Alexandrov spaces, which are metric generalizations of complete Riemannian manifolds with sectional curvature bounded below. In particular, I will discuss how one can assign to a metric pair  $(X, A)$  a one-parameter family of pointed metric spaces of (generalized) persistence diagrams  $D_p(X, A)$  with points in  $(X, A)$  via a family of functors  $D_p$  with  $p \in [1, \infty]$ . These spaces are equipped with the  $p$ -Wasserstein distance when  $p \geq 1$  and the bottleneck distance when  $p = \infty$ . The functors  $D_p$  preserve natural metric properties of the space  $X$ , including non-negative curvature in the triangle comparison sense when  $p = 2$ . When  $p = \infty$ , the functor  $D_\infty$  is sequentially continuous with respect to a suitable notion of Gromov–Hausdorff convergence of metric pairs. When  $(X, A) = (\mathbb{R}^2, \Delta)$ , where  $\Delta$  is the diagonal of  $\mathbb{R}^2$ , one recovers previously known properties of the usual spaces of persistence diagrams. I will also discuss

some connections of these results with optimal partial transport. This is joint work with Mauricio Che, Luis Guijarro, Ingrid Membrillo Solis, and Motiejus Valiunas.

Durham University  
DH1 3LE, Durham, United Kingdom  
fernando.galaz-garcia@durham.ac.uk

## Bi-Lipschitz embeddings of the space of persistence barcodes

Ana Lucía García Pulido

**Palabras clave:** Persistence barcodes, Optimal transport, Bi-Lipschitz embeddings

**Mathematics Subject Classification 2020:** 51F30, 55N31

### Resumen

Optimal partial transport considers transportation metrics that allow the comparison of measures with different total masses. Figalli and Gigli defined such a metric between measures on  $\Omega \subset \mathbb{R}^n$ , that allows mass to be created or destroyed by transporting it from or to  $\partial\Omega$ .

In this talk I will begin by introducing the space of measures  $Wb(\Omega)$  equipped with Figalli and Gigli's metric. I will then present our main results concerning the bi-Lipschitz embeddability of the space of unordered  $m$ -tuples in  $Wb(\Omega)$  into Hilbert space. In particular, we will see that the space of persistence barcodes with at most  $m$  points bi-Lipschitz embeds into Hilbert space. This is joint work with David Bate.

Computing Science and Mathematics  
Faculty of Natural Sciences  
University of Stirling  
Stirling, FK9 4LA  
Scotland  
analucia.garciapulido@stir.ac.uk

## On the Limitations of Persistent Homology Dimension as a Measure of Generalization

Inés García Redondo

**Palabras clave:** Fractal dimension, Persistent Homology, Generalization

**Mathematics Subject Classification 2020:** 68T05, 52C99

### Resumen

Bounding and predicting the generalization gap of overparameterized neural networks remains a central open problem in theoretical machine learning. Neural network optimization trajectories have been proposed to possess fractal structure, leading to bounds and generalization measures based on notions of fractal dimension on these trajectories. Prominently, both the Hausdorff dimension and the persistent homology dimension have been proposed to correlate with generalization gap, thus serving as a measure of generalization. In this talk, I will present an extended evaluation of these topological generalization measures. These studies show that fractal dimension fails to predict generalization of models trained from poor

initializations. It is further identified that the  $\ell^2$  norm of the final parameter iterate, one of the simplest complexity measures in learning theory, correlates more strongly with the generalization gap than these notions of fractal dimension. Time permitting, I will provide an intriguing manifestation of model-wise double descent in persistent homology-based generalization measures. This is joint work with Charlie Tan, Qiquan Wang, Michael Bronstein and Anthea Monod.

Imperial College London  
SW7 2AZ, London, United Kingdom  
i.garcia-redondo22@imperial.ac.uk

## Topology and Geometry of Random Cubical Complexes

Érika Roldán

### Resumen

In this talk, we explore the expected topology (measured via homology) and local geometry of two different models of random subcomplexes of the regular cubical grid: percolation clusters, and the Eden Cell Growth model. We will also compare the expected topology that these average structures exhibit with the topology of the extremal structures that it is possible to obtain in the entire set of these cubical complexes. You can have a look at some of these random structures here (<https://skfb.ly/6VINC>) and start making some guesses about their topological behavior.

Max Planck Institute for Mathematics in the Sciences  
Inselstraße 22, 04103 Leipzig Germany  
erika.rolدان@mis.mpg.de

## Induced persistent homology matchings applied to data quality and fleet behaviour analysis

Álvaro Torras-Casas

**Palabras clave:** Induced matchings, persistent homology, Topological data analysis

**Mathematics Subject Classification 2020:** 55N31, 62R40

### Resumen

Persistent homology measures the shape of a dataset with a barcode invariant that encodes information such as connected components or cycles. Our motivation is to use persistent homology to study two applications. The first consists of measuring the ability of a given sample to capture the topology of a larger dataset. The second concerns simulations of self-moving wheelchairs in a clinical environment, as a work package on the REXASI-PRO European project. In both situations, one ends up with pairs of metric spaces that can be related by either an inclusion or by connecting them via a middle third object. Thus, we consider induced morphisms between persistent homology groups. These induce partial matchings [1] that connect the persistent homology barcodes that come up in both applications. In particular, there is an injection from the intervals in dimension 0 from the subset to the whole dataset; we will examine properties of such injection that guarantee that the sample “represents well the clusters” from the larger dataset. Also, we will see a diagram built from such matching which combines the information from kernels, images and cokernels of persistence modules [2]. On the second application, we obtain an isomorphism between the

0-dimensional persistent homology intervals, which we call persistence divergence. This allows to compare chaotic vs ordered movement and also indicates the buildup of deadlocks in simulations. In addition, our approach detects whether a simulation reaches an equilibrium state and can also group together the agents that follow similar trajectories.

## Referencias

- [1] R. GONZÁLEZ-DÍAZ, M. SORIANO-TRIGUEROS AND Á. TORRAS-CASAS. Partial matchings induced by morphisms between persistence modules. *Comp. Geom.* **112**, 101985, 2023.
- [2] D. COHEN-STEINER, H. EDELSBRUNNER, J. HARER AND D. MOROZOV. Persistent Homology for Kernels, Images, and Cokernels, *Proc. ACM-SIAM SODA*, 1011-1020, 2009.

Universidad de Sevilla  
B2.61, ETSII, Avenida Reina Mercedes s/n  
atorras@us.es

## Topology across scales on multiplexed data

Maria Torras Pérez

**Palabras clave:** Persistent homology, Multiplexed imaging

**Mathematics Subject Classification 2020:** 62R40, 55N31

## Resumen

Recent developments in biology have allowed the simultaneous visualisation of multiple biomarkers in a single tissue sample at enough resolution to enable the identification of cell types at a single-cell level, producing an unprecedented amount of biological data.

These new methods, known as multiplexed imaging techniques, call for new geometric data analysis tools that can handle large data sets while giving interpretable results and relevant insight into the biological processes at play.

In this talk, we discuss a data analysis pipeline based on persistence homology, one of the main tools of topological data analysis, and some results of its application to two real multiplexed data sets.

## Referencias

- [1] N. OTTER, M. A. PORTER, U. TILLMANN, P. GRINDROD, H. A. HARRINGTON. A roadmap for the computation of persistent homology. *EPJ Data Science* **6**(17), 2017.
- [2] D. ALI, A. ASAAD, M. JIMENEZ, V. NANDA, E. PALUZO-HIDALGO AND M. SORIANO-TRIGUEROS. A Survey of Vectorization Methods in Topological Data Analysis. *IEEE Transactions on Pattern Analysis and Machine Intelligence* **45**(12), 14069–14080, 2023.
- [3] Y. GOLTSEV, N. SAMUSIK, J. KENNEDY-DARLING, S. BHATE, M. HALE, G. VAZQUEZ, S. BLACK AND G. P. NOLAN. Deep Profiling of Mouse Splenic Architecture with CODEX Multiplexed Imaging. *Cell* **174**(4), 968–981, 2018.

- [4] P. WEERATUNGA, L. DENNEY, J. A. BULL, E. REPAPI, M. SERGEANT, R. ETHERINGTON, C. VUPPUSSETTY, G. D. H. TURNER, C. CLELLAND, J. WOO ET AL. Single cell spatial analysis reveals inflammatory foci of immature neutrophil and CD8 T cells in COVID-19 lungs. *Nature Communications* **14**(7216), 2023.

Mathematical Institute – University of Oxford  
Radcliffe Observatory, Andrew Wiles Building, Woodstock Rd, Oxford, United Kingdom  
torrasperez@maths.ox.ac.uk

## 6.18. S18 Sistemas dinámicos, bifurcaciones y sistemas no suaves

VI Encuentro Conjunto RSME-SMM

València, 1-5 de Julio de 2024

Sesión Especial “Sistemas dinámicos, bifurcaciones y sistemas no suaves”

Organizadores:

**Enrique Ponce Núñez**, Universidad de Sevilla,

eponcem@us.es

**Fernando Verduzco González**, Universidad de Sonora,

verduzco@mat.uson.mx

### Algunas variantes de la bifurcación pseudo-Hopf

Juan Andres Castillo Valenzuela

**Palabras clave:** Bifurcación pseudo-Hopf, pseudo-equilibrio, equilibrio frontera

**Mathematics Subject Classification 2020:** 34A36, 37G10, 37G05

### Resumen

En esta plática se considerarán casos degenerados de la bifurcación pseudo-Hopf para sistemas lineales por pedazos en tres dimensiones. Actualmente se conocen dos maneras en las que ocurre esta bifurcación, una es cuando un ciclo límite de cruce (clc) se crea o se destruye, debido al colapso de dos rectas de tangencia invisibles y al subsecuente cambio de estabilidad de un pseudo-equilibrio definido en la región deslizante entre las dos rectas. La otra ocurre cuando el clc se crea o se destruye debido al tránsito de un pseudo-equilibrio a través de una singularidad Teixeira, pasando de una región deslizante atractiva a una repulsiva (o viceversa) y cambiando de estabilidad en el proceso. Se mostrará en ambos casos que el clc se produce aún si se considera uno o dos equilibrios frontera en lugar de un pseudo-equilibrio genérico.

### Referencias

- [1] A. COLOMBO AND M.R. JEFFREY. Nondeterministic chaos, and the two-fold singularity in piecewise smooth flows. *SIAM J. Appl. Dyn. Syst.* **10**(2), 423–451, 2011.
- [2] R. CRISTIANO, D.J. PAGANO, E. FREIRE AND E. PONCE. Revisiting the Teixeira singularity bifurcation analysis: Application to the control of power converters. *Int. J. Bifurcation Chaos* **28**(09), 1850106, 2018.
- [3] J. CASTILLO. The pseudo-Hopf bifurcation and derived attractors in 3D Filippov linear systems with a Teixeira singularity. *Chaos* **30**, 113101, 2020.
- [4] J.M. ISLAS, J. CASTILLO, B. AGUIRRE-HERNANDEZ AND F. VERDUZCO. Pseudo-Hopf bifurcation for a class of 3D Filippov linear systems. *Int. J. Bifurcation Chaos* **31**(02), 2150025, 2021.

Universidad de Sonora

Blvd. Luis Encinas y Rosales S/N, 83000 Hermosillo, Sonora, México.

juanc@mat.uson.mx

# Desdoblamiento de la singularidad doblez-cúspide en sistemas Filippov lineal-cuadráticos en el plano.

Jocelyn Anaid Castro Echeverría

**Palabras clave:** Sistema Filippov Cuadrático, Desdoblamiento Fold-cusp

**Mathematics Subject Classification 2020:** 34A36, 37G10, 37G05

## Resumen

Para un sistema Filippov en el plano, el escenario más simple donde puede presentarse la singularidad doblez-cúspide, es cuando el sistema se encuentra formado por la combinación de un campo lineal con un campo cuadrático. Se considera una familia de estos sistemas, donde las soluciones de la parte lineal son simétricas respecto a la horizontal, y la parte cuadrática, presentada en [1] posee dos parámetros de bifurcación, los cuales controlan la posición de los dos puntos de tangencia. Dicho cambio de posición puede generar la aparición de conexiones homoclínicas y heteroclínicas entre singularidades como puntos de tangencia, equilibrios y pseudo-equilibrios, así como la existencia de ciclos límite de cruce y ciclos deslizantes, los cuales son encontrados mediante el uso de herramientas sencillas, sin hacer uso de los mapeos de Poincaré. Otros desdoblamientos para esta singularidad son presentados en [2] y [3]. Este es un trabajo conjunto con Fernando Verduzco.

## Referencias

- [1] J. A. CASTRO AND F. VERDUZCO. Bifurcation Analysis in Planar Quadratic Differential Systems with Boundary. *International Journal of Bifurcation and Chaos* **30**(07), 2030017, 2020.
- [2] C. A. BUZZI, T. DE CARVALHO AND M. A. TEIXEIRA. On 3-parameter families of piecewise smooth vector fields in the plane. *SIAM Journal on Applied Dynamical Systems* **11**(4), 1402–1424, 2012.
- [3] M. GUARDIA, T. M. SEARA, M. A. TEIXEIRA. Generic bifurcations of low codimension of planar Filippov Systems. *Journal of Differential Equations* **250**, 1967-2023, 2011.

Tecnológico de Monterrey, Escuela de Ingeniería y Ciencias  
Blvd. Enrique Mazón López 965, 83000 Hermosillo, Sonora, México.  
jocelyn.castro@tec.mx

## Estudio del efecto de la dispersión en la población total de una metapoblación a través de sistemas dinámicos discretos

Daniel Franco

**Palabras clave:** Sistemas dinámicos discretos, Atracción global, Dinámica de poblaciones

**Mathematics Subject Classification 2020:** 92D25, 37N25, 39A60

## Resumen

El hábitat de muchas especies está fragmentado, por lo que es crucial comprender cómo la dispersión entre las distintas regiones que lo componen impacta en el tamaño total de la población. En esta presentación, consideraremos modelos de dos regiones en tiempo discreto que presentan tanto dispersión simétrica como asimétrica. En el caso simétrico, describiremos cuatro patrones de respuesta distintos del tamaño total de la población a medida que aumenta la tasa de dispersión. En caso asimétrico, mostraremos que estos patrones pueden ser replicados limitando convenientemente la movilidad entre regiones.

## Referencias

- [1] J. C. GRUMBACH, F. N. REURIK, J. SEGURA, D. FRANCO, AND F.M. HILKER. The effect of dispersal on asymptotic total population size in discrete- and continuous-time two-patch models. *J. Math. Biol.*, **87**(4), 60, 2023.
- [2] J. SEGURA AND D. FRANCO. One way or another: Combined effect of dispersal and asymmetry on total realized asymptotic population abundance. *Math. Biosciences* **373**, 109206, 2024,

Universidad Nacional de Educación a Distancia (UNED)  
Departamento de Matemática Aplicada I  
E-28040, Madrid, Spain  
dfranco@ind.uned.es

# La bifurcación pseudo-Bautin en sistemas Filippov de dos y tres dimensiones

José Manuel Islas Hernández

**Palabras clave:** Bifurcación pseudo-Bautin, Bifurcación silla-nodo de ciclos límite

**Mathematics Subject Classification 2020:** 34A36, 37G05, 37G10

## Resumen

El estudio de la bifurcación de Hopf resulta de gran importancia, ya que ayuda al análisis de estabilidad de sistemas dinámicos suaves, en los cuales encontramos órbitas periódicas, en donde también podemos encontrar la versión generalizada de dicha bifurcación, conocida como la bifurcación Bautin, la cual consiste en la aparición de dos ciclos límite y su posterior colisión y desaparición. En esta plática, abordamos la existencia de un fenómeno similar en sistemas Filippov, llamado la bifurcación pseudo-Bautin, tanto en dos dimensiones [1], como en las versiones genérica [2] y no genérica [3] en tres dimensiones. Éste es un trabajo en conjunto con Jocelyn Castro, Fernando Verduzco y Juan Castillo.

## Referencias

- [1] J. CASTILLO, J. A. CASTRO, J.M. ISLAS AND F. VERDUZCO. Two-parametric unfoldings for planar invisible double-tangency singularities. *Chaos: An Interdisciplinary Journal of Nonlinear Science*. **34**(1), 2024.
- [2] J. CASTILLO AND F. VERDUZCO. Pseudo-Bautin bifurcation in 3D Filippov systems. *International Journal of Bifurcation and Chaos*. **32**(08), 2022.

- [3] J. M. ISLAS, J. CASTILLO AND F. VERDUZCO. Pseudo-Bautin bifurcation for a non-generic family of 3D Filippov systems. *Systems & Control Letters*. **185**, 2024.

Universidad Autónoma de Querétaro  
Querétaro, México  
josemanuel.islas@uaq.mx

## Recurrencia de órbitas y caos en un sistema lineal a trozos en 3D

Enrique Ponce

**Palabras clave:** Sistemas lineales a trozos, Bifurcaciones, Caos de tipo Shilnikov

**Mathematics Subject Classification 2020:** 34A36, 37G05, 37G10

### Resumen

Consideramos un sistema diferencial continuo y lineal a trozos con dos zonas que surge en el análisis de la bifurcación Hopf-cero con simetría, ver capítulo 10 en [2], cuando se estudian los fenómenos asociados a la bifurcación de equilibrios en la frontera de separación, un fenómeno que puede dar lugar a nuevas órbitas periódicas y en algunos casos a la transición abrupta a un régimen caótico, ver capítulo 5 en [1]. Estudiamos el caso en que una de las zonas posee un equilibrio de tipo silla-foco, mientras que la dinámica en la otra zona, heredera del Hopf-cero, conforma órbitas de estructura helicoidal. Mostramos que las órbitas poseen una propiedad de recurrencia que permite conjeturar la existencia tanto de soluciones periódicas como de atractores no periódicos. Se trata de un trabajo realizado conjuntamente con Emilio Freire y Javier Ros.

### Referencias

- [1] M. DI BERNARDO, A. CHAMPNEYS, C. J. BUDD AND P. KOWALCZYK. *Piecewise-Smooth Dynamical Systems. Theory and Applications*. Appl. Math. Sci. Series, 163, Springer London, 2008..
- [2] E. PONCE, J. ROS AND E. VELA. *Bifurcations in Continuous Piecewise Linear Systems. Applications to Low-dimensional Electronic Oscillators*. RSME Springer Series 7, Springer Nature Switzerland, 2022.

E.T.S. Ingeniería  
Camino de los descubrimientos s.n.  
Universidad de Sevilla  
E-41092, Sevilla, España  
eponcem@us.es

## Fenómeno de paso lento a través de la bifurcación transcritical en sistemas lineales a trozos.

Antonio E. Teruel

**Palabras clave:** Sistemas lineales a trozos, Bifurcaciones dinámicas, Bifurcación transcritical, Dinámica lenta-rápida

**Mathematics Subject Classification 2020:** 34A36, 37G05, 37G10

## Resumen

El objetivo de esta charla es mostrar cómo el uso de campos vectoriales lineales a trozos puede complementar el conocimiento existente sobre la dinámica lenta-rápida. En particular, nos centraremos en el comportamiento del retardo maximal que surge cuando se atraviesa lentamente una bifurcación en la que un equilibrio pierde su estabilidad. En este caso, la naturaleza lineal a trozos del campo vectorial permite un control completo del comportamiento del retardo maximal en función de los parámetros del sistema. De esta forma, podemos identificar tres regiones en el espacio de parámetros: aquella en la que el retardo maximal tiende a cero conforme el parámetro singular, aquella en la que el retardo maximal no está acotado, y aquella en la que el retardo maximal tiene un límite positivo y finito.

Inspirados por el trabajo [1], planteamos un sistema lineal a trozos que presenta dos bifurcaciones transcriticals. Utilizando el estudio sobre el retardo maximal descrito anteriormente, describimos el fenómeno del retardo reforzado como la culminación de una explosión canard no acotada.

## Referencias

- [1] J-P. FRANÇOISE, C. PIQUET C, AND A. VIDAL. Enhanced delay to bifurcation. *Bull Belg Math Soc Simon Stevin* **15**(5), 825–831, 2008.
- [2] M. KRUPA AND P. SZMOLYAN. Extending slow manifolds near transcritical and pitchfork singularities *Nonlinearity* **14**(6), 1473, 2001.
- [3] J. PENALVA, M. DESROCHES, A, E, TERUEL, AND C. VICH. Slow passage through a hopf-like bifurcation in piecewise linear systems: Application to elliptic bursting. *Chaos* **32**(12), 123109, 2022.
- [4] A. PÉREZ-CERVERA, A.E. TERUEL. Slow passage through a transcritical bifurcation in piecewise linear differential systems: Canard explosion and enhanced delay *Commun Nonlinear Sci Numer Simulat* **135**,108044, 2024.

Universidad de las Islas Baleares  
E-07122, Palma de Mallorca, España  
antonioe.teruel@uib.es

## Bifurcación pseudo-cúspide en sistemas diferenciales lineales discontinuos en 3D

Fernando Verduzco González

**Palabras clave:** Bifurcación pseudo-Bautin, bifurcación pseudo-cúspide.

**Mathematics Subject Classification 2020:** 34A36, 37G10, 37G05

## Resumen

En esta charla retomamos los trabajos publicados en [1] y [2], relacionados con la bifurcación pseudo-Bautin en sistemas Filippov tri-dimensionales, en los casos no-genérico y genérico, respectivamente. La existencia de un parámetro de control en el caso no-genérico, nos da la pauta para establecer condiciones suficientes para la existencia de un punto cúspide en el diagrama de bifurcación. Esto nos permite determinar una región donde coexisten 3 ciclos límite de cruce. Finalmente, aplicamos este resultado a un sistema de control con retroalimentación del estado. Este es un trabajo conjunto con Bruno Campoy Garza y Juan Andres Castillo Valenzuela.

## Referencias

- [1] J. M. ISLAS, J. CASTILLO AND F. VERDUZCO. Pseudo-Bautin bifurcation for a non-generic family of 3D Filippov systems. *Systems & Control Letters*. **185**, 2024.
- [2] J. CASTILLO AND F. VERDUZCO. Pseudo-Bautin bifurcation in 3D Filippov systems. *International Journal of Bifurcation and Chaos*. **32**(08), 2022.

Universidad de Sonora  
Blvd. Luis Encinas y Rosales S/N, 83000 Hermosillo, Sonora, México.  
verduzco@mat.uson.mx

## Soluciones periódicas, toros KAM y bifurcaciones en un potencial con inspiración cosmológica

Patricia Yanguas

**Palabras clave:** Hamiltonianos resonantes, modelo de Friedmann-Lemaître-Robertson-Walker, normalización y reducción, bifurcación de Hopf hamiltoniana, toros KAM, hamiltoniano cosmológico, espacio reducido e invariantes

**Mathematics Subject Classification 2020:** 34C15, 34C20, 34C25

## Resumen

En esta charla consideramos la familia de sistemas hamiltonianos perturbados  $\mathcal{H}_\varepsilon = \frac{1}{2}(x^2 + X^2) - \frac{1}{2}(y^2 + Y^2) + \frac{1}{2}(z^2 + Z^2) + \varepsilon^2[\alpha(x^4 + y^4 + z^4) + \beta(x^2y^2 + x^2z^2 + y^2z^2)]$  en resonancia 1:−1:1 dependiendo de dos parámetros reales. Demostramos la existencia de soluciones periódicas utilizando reducción y promedios. También calculamos su estabilidad. Concretamente encontramos un máximo de 13 familias para cada nivel de energía  $h < 0$  y un máximo de 26 para cada  $h > 0$ . Para cada nivel de energía no nulo caracterizamos los distintos tipos de soluciones periódicas, así como las bifurcaciones en términos de los parámetros. Determinamos la estabilidad lineal de cada familia de soluciones periódicas y probamos la existencia de 3-toros KAM que encierran a algunas de las soluciones linealmente estables. Asimismo, caracterizamos bifurcaciones hamiltonianas críticas en el espacio reducido.

Este es un trabajo conjunto con Jesús F. Palacián, Claudio Vidal y Jhon Vidarte.

## Referencias

- [1] J. F. PALACIÁN, C. VIDAL, J. VIDARTE AND P. YANGUAS. Periodic solutions, KAM tori and bifurcations in a cosmology-inspired potential. *Nonlinearity* **32**, 3406–3444, 2019.

Universidad Pública de Navarra  
E-31006, Pamplona, Spain  
yanguas@unavarra.es

## 6.19. S19 Geometría discreta y matroides

VI Encuentro Conjunto RSME-SMM

València, 1-5 de Julio de 2024

Sesión Especial “Geometría discreta y matroides”

Organizadores:

**Kolja Knauer**, Universitat de Barcelona,

kolja.knauer@ub.edu

**Leonardo Ignacio Martínez Sandoval**, Universidad Nacional Autónoma de México,

leomt@ciencias.unam.mx

**Edgardo Roldán Pensado**, Universidad Nacional Autónoma de México,

e.roldan@im.unam.mx

## Politopos, distancias y puntos reticulares

Mónica Blanco

**Palabras clave:** Politopos reticulares, Matroides orientadas, Distancias reticulares

**Mathematics Subject Classification 2020:** 52C07

### Resumen

En esta charla haré un pequeño repaso a mis resultados sobre clasificación de politopos reticulares, donde la matroide orientada de los puntos reticulares y las distancias reticulares juegan un importante papel. En particular, para dimensión 3, la clasificación de politopos con un determinado número de puntos reticulares, la clasificación según el subretículo generado por dichos puntos y la extrapolación de estos resultados a la distancia reticular entre la frontera y el interior de un politopo reticular.

Departamento de Matemáticas, Estadística y Computación, Universidad de Cantabria

39005, Santander, Spain

m.blanco.math@gmail.com

## Curvas de Jordan digitales y teselaciones del plano

Natalia Jonard

**Palabras clave:** Curvas de Jordan digitales, Teselaciones del plano, Teorema de la curva de Jordan

**Mathematics Subject Classification 2020:** 52C20, 68R10

### Resumen

Uno de los teoremas más intuitivos y simples de enunciar (pero muy difícil de probar) es el teorema de la curva de Jordan, el cual establece que una curva cerrada simple separa el plano en exactamente dos regiones conexas, una acotada y la otra no.

Con el surgimiento de las imágenes digitales se generó la necesidad de distinguir cuándo una curva formada por píxeles estaba realmente delimitando una figura o región de la imagen. Esto trajo consigo la tarea de encontrar resultados análogos al teorema de la curva de Jordan, pero que sean válidos para conjuntos finitos cuyos elementos se puedan identificar con un píxel en una imagen digital. En la década de los 70's, Azriel Rosenfeld publicó en una serie de artículos una versión discreta del teorema de la curva de Jordan, en la que el espacio base es un subconjunto de  $\mathbb{Z}^2$ .

A partir de esos resultados, se han demostrado distintas versiones discretas de dicho teorema, para las cuales se han usado distintos enfoques: algunos más topológicos y otros más discretos. En esta plática presentaremos algunos resultados obtenidos en conjunto con Diego Fajardo Rojas, los cuales establecen la existencia de curvas de Jordan en cualquier teselación del plano (que sea suficientemente decente).

Departamento de Matemáticas, Facultad de Ciencias  
Universidad Nacional Autónoma de México  
04510, Ciudad de México, Mexico  
nat@ciencias.unam.mx

## Transversales de Kneser para politopos cíclicos

Leonardo Martínez-Sandoval

**Palabras clave:** Politopo cíclico,  $k$ -planos transversales, Gráficas de Kneser, Matroides orientados

**Mathematics Subject Classification 2020:** 52A35, 52B11, 52C40,

### Resumen

En 2010, Arocha, Bracho, Montejano and Ramírez-Alfonsín plantearon el siguiente problema. Sean  $d, \lambda, k$  enteros positivos. ¿Cuál es la máxima cantidad de puntos en  $\mathbb{R}^d$  tales que sin importar cómo los elegimos, es posible encontrar un plano  $(d - \lambda)$ -dimensional para todas las envolventes convexas de los  $k$ -subconjuntos de los puntos? A esa cantidad máxima le llamamos  $m(k, d, \lambda)$ .

Los autores notaron (y también, de manera independiente, B. Bukh, J. Matousek y G. Nivash) que este problema tiene conexiones con generalizaciones de dos problemas clásicos: el de determinar los números cromáticos de las gráficas de Kneser, y el teorema del punto central de Rado. Arocha et al. obtuvieron algunas cotas inferiores y superiores para  $m(k, d, \lambda)$ , y conjeturaron que tenía un valor específico.

En esta charla hablaremos de algunos resultados relacionados con este problema. Introduciremos una variante del problema que, a diferencia del problema original, es invariante bajo el tipo de orden de los puntos. Esto nos permite estudiar el problema usando matroides orientados. Un análisis combinatorio cuidadoso nos permite encontrar asintóticamente el valor buscado para cuando los puntos son los vértices de un politopo cíclico. Esto, a su vez, tiene implicaciones para el valor del parámetro original  $m(k, d, \lambda)$ .

Departamento de Matemáticas, Facultad de Ciencias  
Universidad Nacional Autónoma de México  
04510, Ciudad de México, Mexico  
nat@ciencias.unam.mx

## Borsuk y Vázsonyi alrededor de los poliedros de Reuleaux

Déborah Oliveros

**Palabras clave:** Conjetura de Borsuk, Problema de Vázsonyi, Poliedros de Reuleaux

**Mathematics Subject Classification 2020:** 52B10, 52C17, 52B55

## Resumen

La conjetura de Borsuk y el problema de Vázsonyi son dos problemas muy interesantes en geometría discreta relacionados con la noción de diámetro en conjuntos acotados. En esta charla daremos una caracterización completa de todos los conjuntos finitos en el espacio Euclidiano de dimensión 3 que tienen número de Borsuk 4. Para esto, utilizamos las estructuras minimales del problema de Vázsonyi así como los polyedros de Reuleaux. Este es un trabajo conjunto con G. López Campos y J. Ramirez Alfonsin.

Instituto de Matemáticas, Unidad Juriquilla  
Universidad Nacional Autónoma de México  
76230, Juriquilla, Querétaro, Mexico  
doliveros@im.unam.mx

## Rigidity and universality of order type extensions

Arnau Padrol

**Palabras clave:** Order type extensions, Point configurations, Projective equivalence

**Mathematics Subject Classification 2020:** 52C35, 52C40

## Resumen

Let  $P$  and  $Q$  be point configurations. We show that if for every extension of  $P$  there is an extension of  $Q$  with the same order type, then  $P$  and  $Q$  are projectively equivalent. Here, an extension of  $P$  means any point configuration containing  $P$  as a subset. This is joint work with Xavier Goaoc.

Departament de Matemàtiques i Informàtica  
Universitat de Barcelona  
08007, Barcelona, Spain  
arnau.padrol@ub.edu

## Refutando realizabilidad de matroides orientadas en la práctica

Julian Pfeifle

**Palabras clave:** Matroides orientadas, Realizabilidad, SAT-solvers

**Mathematics Subject Classification 2020:** 05B35, 52B40, 68W01

## Resumen

Ejemplos comunes de objetos combinatorios abstractos en geometría discreta son esferas simpliciales o poliedrales y arreglos de pseudo-circulos. El obstáculo más común para que tales objetos sean realizables es que su estructura sea incompatible con una matroide orientada. En esta charla presentaremos el software `r9n`, una extensión de `polymake` que une la eficiencia de `c++` con el poder de SAT-solvers modernos como `CaDiCal` para refutar rápidamente la existencia de una matroide orientada. Hablaremos de las ideas detrás de su implementación y de resultados prácticos obtenidos con él.

## 2-matroides y delta-matroides asociados a mapas combinatorios

Maria Guadalupe Rodríguez Sánchez

**Palabras clave:** 2-matroides, Delta-matroides, Mapas combinatorios

**Mathematics Subject Classification 2020:** 05B35, 05C62

### Resumen

Un mapa  $\mathcal{M} = (G, S)$  está definido para una gráfica conexa  $G$ , encajada en una superficie compacta  $S$ . Se consideran dos gráficas asociadas a  $G$ , su gráfica dual  $G^*$  y su gráfica medial  $M_G = (V_M, E_M)$ .  $M_G$  se construye poniendo un vértice  $v_e$  por cada arista  $e$  de  $G$ , dos vértices  $v_e$  y  $v'_e$  son los extremos de una arista de  $M_G$  si  $e$  y  $e'$  son adyacentes y ambas pertenecen a la misma cara de  $G$ .

$M_G$  es una gráfica 4-regular. Se dibuja sobre el mapa  $M$  la gráfica medial  $M_G$  tomando como vértices los puntos medios de las aristas de  $G$ . Se dice que se realiza un corte sobre  $v$  en  $V_M$  si se induce una partición  $P_v$  de las aristas de  $M_G$  incidentes a  $v$ , tales que  $P_v = \{P'_v, P''_v\}$  con  $|P'_v|, |P''_v| = 2$ . Sea  $e$  la arista de  $G$  que corresponde a  $v$ . Se efectúa un corte local  $\tau$  en  $v$  si al realizar el corte en  $v$  se eligen  $P'_v$  y  $P''_v$  de tal forma que no intersectan a  $e$ . Para toda arista  $e$  de  $M_G$ , sea  $e^*$  su arista dual y  $v$  la intersección de  $e$  y  $e^*$ . Se dice que se realiza un corte  $\tau^*$  sobre  $v$ , si al hacer el corte  $\tau^*$ , las aristas de  $M_G$  no intersectan a  $e^*$ . Bouchet llamó a la tripleta  $(\tau, M_G, \tau^*)$  un mapa combinatorio.

Si al efectuar un corte en cada vértice de  $G_M$  se obtiene un paseo Euleriano en  $G_M$ , se dice que el corte es Euleriano. Sea  $\mathcal{E}$  el conjunto de los cortes de  $M_G$  que son Eulerianos y solo emplean cortes  $\tau$  y  $\tau^*$ , se sabe que  $\mathcal{E} \neq \emptyset$ . Sea  $V = V_M$  y  $V' = \{v' : v \in V\}$ . Se construye una familia de subconjuntos de  $V \cup V'$  asociando a cada corte Euleriano  $S$  en  $\mathcal{E}$ , un conjunto  $B_S$  de cardinalidad  $|V|$  tal que, para todo  $v \in V$ ,  $v \in B_S$  si se aplicó el corte  $\tau$  a  $v$  o  $v' \in B_S$  si se aplicó el corte  $\tau^*$  a  $v$ .  $Q_{\mathcal{E}} = (V \cap V', \Omega, B_{\mathcal{E}})$ , donde  $B_{\mathcal{E}} = \{B_S : S \in \mathcal{E}\}$  son las bases del 2-matroide  $Q_{\mathcal{E}}$  con  $\Omega = \{\Omega_v : v \in V\}$  y  $\Omega_v = \{v, v'\}$ .

Haciendo la traza de  $Q_{\mathcal{E}}$  con  $V$  se obtiene un delta-matroide  $D_M$  sobre  $V$ .  $D_M = (V, \mathcal{F})$  es el delta-matroide asociado al mapa combinatorio  $(\tau, M_G, \tau^*)$  sobre el conjunto de vértices de  $G_M$  y con  $\mathcal{F}$ , como:

$\mathcal{F} = \{F \subseteq V : \tau(F) \cup \tau^*(\bar{F}) \text{ es un corte Euleriano}\}$ , donde  $\tau(F) = \{\tau(v) : v \in F\}$  y  $\tau^*(F) = \{\tau^*(v) : v \in \bar{F}\}$  y  $\bar{F} = V \setminus F$ .

Sean  $B \subset E(G)$ ,  $B^* = \{e^* : e \in B\}$  y  $\bar{B} = E(G) \setminus B$ . Se dice que  $B$  es una base de  $\mathcal{M}$  si  $S \setminus B \cup \bar{B}^*$  es conexo. Si  $S$  es una esfera, las bases de un mapa  $\mathcal{M} = (G, S)$ , son los árboles generadores de  $G$ . Es decir, las bases de  $\mathcal{M}$  son las bases del matroide de ciclos de  $G$ .

Unidad Azcapotzalco, Universidad Autónoma Metropolitana  
02200, Ciudad de México, Mexico  
rsmg@azc.uam.mx

## Teoremas tipo Tverberg: El estudio de particiones de puntos como complejos simpliciales

Antonio de Jesús Torres

**Palabras clave:** Teorema de Tverberg, Complejos simpliciales, Resultados de tipo Ramsey

**Mathematics Subject Classification 2020:** 52A35, 52C35

## Resumen

El Teorema de Tverberg es uno de los teoremas más hermosos en geometría discreta. Este teorema podría interpretarse como un resultado de tipo Ramsey, de la siguiente manera: Si tienes suficientes puntos en el espacio euclidiano, siempre existe una forma de dividirlos de tal manera que el nervio (patrón de intersección) sea un complejo. Discutiremos posibles formas de generalizar este teorema, así como algunas aplicaciones interesantes.

Department of Mathematics, University of California, Davis  
95616, CA, USA  
antor@ucdavis.edu

## 6.20. S20 Sistemas Hamiltonianos y Mecánica Celeste

VI Encuentro Conjunto RSME-SMM

València, 1-5 de Julio de 2024

Sesión Especial “Sistemas Hamiltonianos y Mecánica Celeste”

Organizadores:

**Jorge Galán-Vioque**, Universidad de Sevilla,

jgv@us.es

**Abimael Bengochea**, Instituto Tecnológico Autónomo de México,

abimael.bengochea@itam.mx

### Métodos constructivos en teoría KAM para toros invariantes en sistemas hamiltonianos periódicos y cuasiperiódicos

Pedro Porras Flores

**Palabras clave:** Teoría KAM, Sistemas Hamiltonianos no Autónomos, Método de la Parametrización, Variedades Invariantes

**Mathematics Subject Classification 2020:** 37J40, 70H08 y 37M21

### Resumen

Se presenta el método de parametrización en formato a posteriori para demostrar un teorema KAM aplicado a toros lagrangianos en sistemas hamiltonianos cuasi-periódicos. Este enfoque implica la búsqueda de una parametrización para un toro que satisfaga una ecuación de invarianza, la cual depende de propiedades dinámicas y geométricas específicas. La prueba teórica demuestra la convergencia de un esquema iterativo de quasi-Newton, aprovechando la estructura geométrica del problema para simplificar las ecuaciones funcionales resueltas en cada paso iterativo. El teorema establece que, si el error de invarianza es suficientemente pequeño y se satisfacen ciertas condiciones de no degeneración, existe una parametrización para un toro invariante verdadero. Los esquemas derivados de la teoría pueden convertirse en métodos numéricos eficientes y confiables para el cálculo de toros invariantes. Este enfoque se ha aplicado al análisis de un modelo de Tokamak, en el cual un toro invariante actúa como barrera entre dos regiones caóticas del plasma.

Trabajo en colaboración con Renato Calleja (IIMAS-UNAM, México) y Alex Haro (UB, Barcelona).

### Referencias

- [1] F. J. LÓPEZ AND J. GARCÍA. Cyclic weighted shifts on Hilbert spaces. *J. Best Math.* **1**(1), 1–50, 2024.
- [2] F. J. LÓPEZ AND A. FONT. *Toeplitz operators*. Springer, London, 2023.
- [3] C. CHANDRE AND M. VITTOT AND G. CIRAOLO AND P. GHENDRIH AND R. LIMA. Control of stochasticity in magnetic field lines. *Nuclear Fusion* **46**(1), 33, 2005.

- [4] D. DEL CASTILLO-NEGRETE. Self-consistent chaotic transport in fluids and plasmas. *Chaos* **10**(1), 75–88, 2000.
- [5] A. HARO AND A. LUQUE. A-posteriori KAM theory with optimal estimates for partially integrable systems. *Journal of Differential Equations* **266**(2-3), 1605–1674, 2019.
- [6] A. HARO, M. CANADELL, J.-LL. FIGUERAS, A. LUQUE, AND J.-M. MONDELO. The parameterization method for invariant manifolds. *Journal of Differential Equations* **266**(2-3), 1605–1674, 2019.
- [7] HARO, ALEX AND CANADELL, MARTA AND FIGUERAS, JORDI-LLUIS AND LUQUE, ALEJANDRO AND MONDELO, JOSEP-MARIA. *The parameterization method for invariant manifolds*. Springer, London, 2016.

Universidad Nacional Autónoma de México y Universidad de Barcelona  
 Ciudad de México, México  
 Barcelona, España  
 porras@ciencias.unam.mx

## Semi-analytical exploration of diffusion around $L_1$ in the Spatial RTBP

Pablo Roldán

**Palabras clave:** dynamical systems, celestial mechanics, restricted three body problem, Arnold diffusion.

**Mathematics Subject Classification 2020:** 37J40, 37C50, 37C29

### Resumen

We consider the spatial circular restricted three-body problem, as a model for the motion of spacecraft relative to the Sun-Earth system. We focus on the dynamics near the equilibrium point  $L_1$  located between the Sun and the Earth. We show that it is possible for the spacecraft to transition from an orbit that is nearly planar relative to the ecliptic, to an inclined orbit, at zero energy cost. That is, we can achieve a change in the inclination of the orbit of the spacecraft simply by choosing suitable initial conditions and exploiting the gravitational influence Sun and Earth. Moreover, we provide several explicit constructions of such orbits, and also develop an algorithm to design orbits that achieve the shortest transition time.

Joint work with Amadeu Delshams (UPC, Barcelona) and Marian Gidea (Yeshiva University, NY).

Departamento de Matemáticas  
 Universitat Politècnica de Catalunya  
 Barcelona, España  
 pablo.rolدان@upc.edu

## Dinámica de la Gran Nube de Magallanes

Patricia Sánchez-Martín

**Palabras clave:** Sistemas Hamiltonianos, Potenciales galácticos, Variedades invariantes, Transferencia de materia

**Mathematics Subject Classification 2020:** 85-10, 70F15, 85A05

## Resumen

Las galaxias barradas se caracterizan por una barra central de estrellas y un par de brazos que emanan de sus extremos. Generalmente, estos brazos son simétricos tanto en posición como en densidad. Sin embargo, en algunas galaxias, como la Gran Nube de Magallanes (LMC), esta simetría en densidad se pierde, y uno de los brazos puede incluso desaparecer. En este trabajo investigamos las causas de estas asimetrías a través de las variedades invariantes del modelo galáctico.

El transporte de materia entre las regiones internas y externas de la galaxia está gobernado por las variedades invariantes del sistema dinámico de la galaxia. Estas variedades emanan de las órbitas planas de Lyapunov alrededor de los puntos de equilibrio hiperbólicos situados en los extremos de la barra, formando estructuras visibles en forma de brazos. Las variedades y sus intersecciones definen las estructuras que facilitan el transporte de materia.

En este estudio, examinamos la asimetría en los brazos galácticos resultante de la inhomogeneidad de la barra, junto con el impacto de desplazar el centro de masas del sistema fuera del eje principal de la barra.

Finalmente, utilizando los datos de la LMC proporcionados por el telescopio Gaia (DR3), y aplicando técnicas de análisis de datos combinatorios y topológicos la información estelar disponible, de posiciones y velocidades de las principales estrellas en un único tiempo, construimos un modelo de potencial para la LMC y analizamos la asimetría específica que presenta.

Este es un trabajo conjunto con J. Amorós (UPC), C. García-Gómez (URV), J. J. Masdemont (UPC) y M. Romero-Gómez (UB).

Departamento de Matemáticas  
Universitat Politècnica de Catalunya  
Barcelona, España  
patricia.sanchez.martin@upc.edu

## Continuación y Bifurcaciones de Órbitas Cuasi Satélites en el Problema Circular Restringido de 3 Cuerpos Marte-Phobos

Jorge Galán-Vioque

**Palabras clave:** Problema restringido tres cuerpos, órbitas periódicas, bifurcaciones, Marte-Phobos, Continuación numérica

**Mathematics Subject Classification 2020:** 70F07, 34C25, 37G15

## Resumen

Presentamos una metodología para continuar y analizar el comportamiento de bifurcación de órbitas periódicas para Órbitas Cuasi Satélites (QSO) en el Problema Espacial Circular Restringido de 3 Cuerpos para el sistema Marte Fobos basado en un método de continuación para órbitas periódicas en presencia de cantidades conservadas. Estas órbitas han recibido un renovado interés para las misiones de exploración de la Luna, las lunas marcianas y los asteroides en general. La exploración completa de todos los QSO es una tarea interminable y aquí nos centramos solamente en tres casos particulares caracterizados por el número de revoluciones alrededor del satélite del QSO base. Hemos detectado varias bifurcaciones hacia soluciones no planares. La herramienta utilizada (el programa AUTO) proporciona seguimiento de estabilidad, bifurcación y cambio de rama y puede ampliarse para estudiar también las variedades invariantes asociadas.

Departamento de Matemática Aplicada II  
Universidad de Sevilla  
Sevilla, España  
jgv@us.es

## Órbitas periódicas cerca de colisión en un problema restringido asociado a la coreografía de ocho

Abimael Bengochea

**Palabras clave:** Sistemas Hamiltonianos no Autónomos, Órbitas periódicas, Continuación numérica

**Mathematics Subject Classification 2020:** 70F07, 34C25, 70F16

### Resumen

Estudiamos órbitas cerca de colisión en un problema restringido de cuatro cuerpos no autónomo en el plano. Este problema restringido consiste en el movimiento de una partícula de prueba bajo la influencia gravitacional de tres primarios que siguen la coreografía on figura de ocho. Usamos coordenadas regularizadas y la herramienta de reversores para estudiar cierto tipo de órbitas periódicas. Las condiciones iniciales de las órbitas periódicas fueron calculadas con ayuda de algunos problemas de contorno.

Trabajo en colaboración con Ernesto Pérez-Chavela (ITAM, Ciudad de México) y Jaime Burgos-García (UAdeC, Saltillo).

Departamento de Matemáticas,  
Instituto Tecnológico Autónomo de México,  
Ciudad de México, México  
abimael.bengochea@itam.mx

## Sistemas Hamiltonianos, campos de Liouville y cuaternios: una perspectiva para construir integradores simplécticos

Hugo Jiménez-Pérez

**Palabras clave:** Sistemas Hamiltonianos, integradores simplécticos, campos de Liouville, aplicaciones simplécticas locales, cuaternios y variedades casi cuaterniónicas

**Mathematics Subject Classification 2020:** 53D22, 65P10, 70H15

### Resumen

Revisitando el producto de dos variedades simplécticas con una interpretación ligeramente diferente, consideramos los difeomorfismos clásicos entre el producto de dos haces cotangentes con el doble haz cotangente y el haz cotangente del producto de dos variedades de base para definir una estructura casi-cuaterniónica. Esta estructura y sus estructuras simplécticas y formas de Liouville asociadas nos permiten definir aplicaciones simplécticas para simular el flujo de sistemas Hamiltonianos autónomos naturales. En esta plática daremos los detalles generales de la construcción de un campo local de Liouville asociado a un sistema Hamiltoniano autónomo y de una aplicación simpléctica basada en dicho campo de Liouville.

Parte de este trabajo fue realizado durante un postdoctorado en el IPGP en colaboración con Barbara Romanowicz y Jean-Pierre Vilotte con financiamiento de la Fondation du Collège de France y TOTAL convención PU14150472, así como la beca ERC Advanced Grant WAVETOMO RCN 99285, Subpanel PE10, Framework F7.

## Referencias

- [1] C. P. BOYER. A note on hyperhermitian four-manifolds. *Proceedings of the American Mathematical Society* **102**(1), 157–164, 1998.
- [2] A. CANNAS DA SILVA. *Introduction to symplectic and Hamiltonian geometry*. Inst. de Matemática Pura e Aplicada (IMPA), Brasil, 2003.
- [3] H. HOFER AND E. ZEHNDER. *Symplectic invariants and Hamiltonian dynamics*. Birkhäuser, Berlin, 2012.
- [4] L. PAULETTE. On liouville forms, Poisson Geometry. *Banach Center Publications*, **51**(1), 151–164, 2000.
- [5] D. D. ROYCE. *Riemannian holonomy groups and calibrated geometry, Vol. 12*. Oxford University Press, United Kingdom, 2007.
- [6] F. KANG AND M. QIN. *Symplectic Geometric Algorithms for Hamiltonian Systems*. Springer-Verlag, Berlin, 2012.
- [7] P. LIBERMANN AND C. MARLE. *Symplectic Geometry and Analytical Mechanics*. Ridel, Boston, 1987.
- [8] D. MCDUFF AND D. SALAMON. *Introduction to symplectic topology*. Oxford University Press, United Kingdom, 2017.
- [9] S. REICH. Backward error analysis for numerical integrators. *SIAM Journal on Numerical Analysis*, **36**(5), 1549–1570, 1999.
- [10] A. WEINSTEIN. Symplectic manifolds and their lagrangian submanifolds. *Advances in Mathematics*, **6**(3), 329–346, 1971.
- [11] H. WEYL. *The Classical Groups. Their Invariants and Representations..* Princeton University Press, Princeton, 1946.

Laboratoire Astroparticule et Cosmologie (APC/IN2P3/CNRS),  
UMR7164, CNRS/CNES/CEA/ObsParis/UPC,  
Université Paris Cité  
Paris, Francia  
info@hugo-jimenez.fr  
jimenez@apc.u-paris.fr

## 6.21. S21 Estadística Matemática

VI Encuentro Conjunto RSME-SMM

València, 1-5 de Julio de 2024

Sesión Especial “Estadística Matemática”

Organizadores:

**Octavio Arizmendi**, Centro de Investigación en Matemáticas,  
octavius@cimat.mx

**Inés del Puerto**, Universidad de Extremadura,  
idelpuerto@unex.es

**Arno Siri-Jégousse**, Universidad Nacional Autónoma de México, Ciudad de México  
arno@sigma.iimas.unam.mx

## Procesos Puntuales: Algunas aplicaciones Prácticas en Ecología

Carlos Díaz Avalos

**Palabras clave:** Procesos puntuales, mapas de riesgo, mapas de competencia inter-específica

**Mathematics Subject Classification 2020:** 62P12, 62H11

### Resumen

Un proceso puntual es un proceso estocástico definido en un espacio de probabilidad  $\Omega$  cuyos resultados son configuraciones finitas de puntos, conocidas como patrones puntuales. Los procesos puntuales espaciales han sido utilizados en diversas aplicaciones desde los años 60 del siglo pasado. La aplicación en áreas como sismología (Ogata and Tanemura, ..) en ciencias médicas (cita) y en ecología (citas) entre otras, han dado lugar a un creciente interés de la comunidad ecológica para modelar fenómenos como competencia intra e inter-específica, dispersión de semillas y la elaboración de inventarios forestales. En esta charla se hace una revisión breve de la teoría de procesos puntuales y se muestran dos ejemplos de aplicaciones: Competencia interespecífica entre plántulas de diversas especies de plantas en un bosque de niebla en el estado de Puebla, México, y construcción de mapas de riesgo de incendios forestales en la provincia de Castellón, España. Se discuten las ventajas y desventajas de el uso de métodos analíticos para procesos puntuales. Este es un trabajo conjunto con Camila Toledo Jaime.

### Referencias

- [1] NANCY R MEJÍA-DOMÍNGUEZ, JORGE A MEAVE, CARLOS DÍAZ-ÁVALOS, LORENA GÓMEZ-APARICIO. Using spatial patterns of seeds and saplings to assess the prevalence of heterospecific replacements among cloud forest canopy tree species. *Journal of Vegetation Science* 32 (5), e13083. 2023.
- [2] DÍAZ-AVALOS C, JUAN P AND SERRA-SAURINA L. Modeling fire size of wildfires in Castellon (Spain), using spatiotemporal marked point processes. *Forest Ecology and Management*, 381: 360-369. 2016.

Universidad Nacional Autónoma de México,  
Ciudad de México  
carlos@sigma.iimas.unam.mx

# Inferencia basada en métodos de Computación Bayesiana Aproximada en el contexto de los Procesos de Ramificación Controlados

Miguel González Velasco

**Palabras clave:** Procesos de ramificación controlados, análisis bayesiano, métodos ABC, métodos secuenciales Monte Carlo, estadísticos de resumen, crecimiento logístico

**Mathematics Subject Classification 2020:** 60J80, 62F15

## Resumen

En un contexto bayesiano, nuestro objetivo es aproximar la distribución a posteriori de los parámetros fundamentales de un proceso de ramificación controlado sin calcular explícitamente la función de verosimilitud. Nos centramos en el caso en el que se desconoce el número máximo de descendientes por progenitor.

Los métodos propuestos implican adaptar e implementar técnicas de computación bayesiana aproximada (ABC por sus siglas en inglés) en el marco de procesos de ramificación. Primero, con el objetivo de estimar el número máximo de descendientes por individuo, introducimos un algoritmo ABC de rechazo para la selección del modelo basado en la comparación entre la muestra simulada y la muestra observada sin utilizar estadísticos de resumen. En una segunda etapa, estimamos las distribuciones a posteriori de los parámetros utilizando un algoritmo de tolerancia-rechazo y un método de corrección post-muestreo, después de resumir los datos utilizando un estadístico de resumen adecuado.

Para ilustrar la precisión de nuestro método, presentamos un ejemplo simulado desarrollado con el software estadístico R. También mostramos nuestros resultados para un conjunto de datos reales.

Este es un trabajo conjunto con Carmen Minuesa e Inés del Puerto de la Universidad de Extremadura. Los resultados presentados pueden verse en [1].

Agradecimientos: Esta investigación se enmarca dentro del proyecto de investigación PID2019-108211GB-I00, subvencionado por MICIU/AEI/10.13039/501100011033.

## Referencias

- [1] M. GONZÁLEZ, C. MINUESA AND I. DEL PUERTO. Approximate Bayesian computation approach on the maximal offspring and parameters in controlled branching processes. *RACSAM* **116**, 147, 2022.

Universidad de Extremadura  
E-06006, Badajoz, Spain  
mvelasco@unex.es

# Construir estimadores robustos en espacios métricos generales

Emilien Joly

**Palabras clave:** Estimación robusta, clasificación

**Mathematics Subject Classification 2020:** 62G05, 62G20, 62G35

## Resumen

Los conceptos de estimación robusta existen formalmente desde los trabajos de Huber en los años 1960. Al inicio de 2010 el tema retomó importancia por la proliferación de nuevas técnicas de tratamiento de datos masivos. En efecto, los datos de alta dimensión tienen naturalmente una tendencia a contener más comúnmente datos atípicos (outliers). Además de este nuevo interés por la robustez, los resultados involucrados se enfocan en desarrollar cotas superiores no-asintóticas. En esta charla, proponemos un estudio general no-asintótico de la estimación robusta en espacios métricos. Mostraremos unos resultados de simulación de las ideas en contextos estadísticos como regresión no-paramétrica, teoría de los bandits y clasificación por  $k$ -medias. Este trabajo es conjunto con Leonardo Moreno y Alejandro Cholaquidis.

CIMAT, Guanajuato (Mexico)  
emilien.joly@cimat.mx

## Estimación de la medida Lambda en coalescentes múltiples

Verónica Miró Pina

**Palabras clave:** Coalescentes, Genealogías, Estimación no-paramétrica

**Mathematics Subject Classification 2020:** 92D10, 60F05, 60G10, 60J05, 60J90, 92D25

## Resumen

Los  $\Lambda$ -coalescentes son herramientas que se utilizan en genética de poblaciones para describir la genealogía de poblaciones con distribuciones sesgadas del número de hijos o donde la selección natural es fuerte. Estimar la medida  $\Lambda$  es un problema interesante, no solo del punto de vista matemático, si no porque puede proporcionar información interesante sobre los procesos biológicos que rigen la genealogía de esta población. En este trabajo, proponemos un método no-paramétrico para estimar la medida  $\Lambda$  que se basa en el espectro de frecuencia de sitios, que es una estadística fácil de obtener a partir de datos de secuenciación. Este trabajo es conjunto con Emilien Joly y Arno Siri-Jégousse.

## Referencias

- [1] MIRÓ PINA, V.; JOLY, E. AND SIRI-JÉGOUSSE, A.. Estimating the Lambda measure in multiple-merger coalescents, *Theor Popul Biol* **154**, 94–101, 2023.

Clarivate, Barcelona (España)  
miropina.veronica@gmail.com

## 6.22. S22 Probabilidad

VI Encuentro Conjunto RSME-SMM  
València, 1-5 de Julio de 2024  
**Sesión Especial “Probabilidad”**

Organizadores:

**Octavio Arizmendi**, Centro de Investigación en Matemáticas,  
octavius@cimat.mx

**Inés del Puerto**, Universidad de Extremadura,  
idelpuerto@unex.es

**Arno Siri-Jégousse**, Universidad Nacional Autónoma de México, Ciudad de México  
arno@sigma.iimas.unam.mx

# Autosimilaridad: una nueva perspectiva en genética de poblaciones matemática

Alejandro Hernández Wences

**Palabras clave:** Procesos Autosimilares, Transformada de Lamperti

**Mathematics Subject Classification 2020:** 92D25, 60G18, 60J68

## Resumen

En este proyecto conjunto con Arno Siri-Jégousse, conectamos los campos de la genética de poblaciones matemática y los procesos de Markov autosimilares (AS) en dimensiones infinitas. Específicamente, proponemos un cambio de enfoque desde la propiedad de ramificación como paradigma predominante para el modelado de poblaciones, hacia uno basado en la propiedad de autosimilaridad, que también introducimos por primera vez en el contexto de procesos estocásticos con valores en el espacio de las medidas positivas (PVM). Al extender la transformación de Lamperti para procesos autosimilares al caso infinito dimensional, pudimos generalizar el célebre resultado de Birkner et al. (2005) en genética de poblaciones. Ellos describen la genealogía de poblaciones descritas por un PVM de ramificación alfa-estable, en términos de la subfamilia de coalescentes Beta. Nosotros describimos la genealogía de poblaciones cuyo tamaño total describe un proceso de Markov positivo y AS; en nuestro caso recuperamos la familia entera de los coalescentes Lambda. Nuestros resultados demuestran el potencial de la perspectiva de la autosimilaridad para el estudio de modelos de población más complejos en los cuales la dinámica de reproducción de los individuos depende del tamaño total de la población. Paralelamente, los PVM, junto con las herramientas analíticas disponibles en el campo de la genética de poblaciones, como los métodos de dualidad, constituyen un modelo matemático prometedor para el desarrollo de la teoría de los procesos de Markov AS en el contexto de dimensiones infinitas.

## Referencias

- [1] MATTHIAS BIRKNER ET AL. “Alpha-stable branching and beta-coalescents”. In: *Electronic Journal of Probability* 10 (2005), pp. 303–325. url: <https://doi.org/10.1214/EJP.v10-241>

CIMI - LAAS - CNRS,  
Toulouse, France.  
ahernandez@laas.fr

## Mediciones estadísticas de enteros suaves, leyes Dickman y método de Stein

Arturo Jaramillo Gil

**Palabras clave:** Teoría de números probabilística, Método de Stein, Distribución Dickman

**Mathematics Subject Classification 2020:** 60F05, 11K65

### Resumen

Hablaremos sobre problemas clásicos referentes al comportamiento estocástico del mayor primo divisor de un entero aleatorio, su relación con números suaves, la función de Dickman y la función  $\zeta$  de Riemann. Tomando dicha discusión como punto de inicio, propondremos una nueva medición estadística para describir el contenido de los enteros suaves en un intervalo finito de longitud tendiendo a infinito. Las herramientas clave de nuestro análisis son de carácter enteramente probabilista, y tienen una estrecha relación con el método de Stein. Este es un trabajo conjunto con Xiaochuan Yang.

### Referencias

- [1] A. JARAMILLO AND X. YANG. Approximation of smooth numbers for harmonic samples: a Stein method approach *Arxiv*
- [2] C. BHATTACHARJEE AND L. GOLDSTEIN. Dickman approximation in simulation, summations and perpetuities. *Bernoulli* **25**(4A) (2019), 2758–2792.

Centro de Investigación en matemáticas  
36023 Guanajuato, Gto  
jagil@cimat.mx

## Modelización de la resistencia a los antibióticos usando procesos estocásticos

Fátima Palacios Rodríguez

**Palabras clave:** Epidemiología, Procesos cuasi-nacimiento y muerte, Cadenas de Markov, Número reproductivo exacto

**Mathematics Subject Classification 2020:** 60J25, 92D30

### Resumen

Para examinar la propagación de bacterias en una sala de hospital, se introduce un proceso de cuasi-nacimiento y muerte con niveles dependientes junto con la metodología analítica matricial asociada. En particular, se analiza la distribución de probabilidad del número reproductivo exacto. El número reproductivo exacto se considera distinguiendo entre infecciones debidas a cepas bacterianas sensibles a los

antibióticos y a cepas bacterianas resistentes a los antibióticos. Además, como estudios futuros, se discuten posibles extensiones teniendo en cuenta la variable tiempo en los estados del proceso. Este trabajo se ha realizado con F. A. C. C. Chalub, A. Gómez-Corral y M. López-García. Esta investigación está financiada por el proyecto PID2021-125871NB-B-I00 del Ministerio de Ciencia e Innovación, Gobierno de España.

Universidad de Sevilla, Sevilla, España  
fpalacios2@us.es

## Una extensión del teorema de verificación mediante engrosamiento de filtraciones

Liliana Peralta Hernández

**Palabras clave:** Integral forward, engrosamiento de filtraciones, control óptimo estocástico

**Mathematics Subject Classification 2020:** 60H10, 93E20, 60G48

### Resumen

El objetivo de esta presentación es mostrar como combinamos técnicas de engrosamiento de filtraciones junto con la teoría de control estocástico para desarrollar una extensión del teorema de verificación. En esta extensión, los coeficientes de la ecuación controlada estocástica se ajustan a la filtración subyacente, mientras que los controles se adaptan a una filtración  $G$  que es mayor que la generada por el movimiento browniano correspondiente  $B$ .

Universidad Autónoma de México,  
Ciudad de México,  
lylyaanaa@ciencias.unam.mx

## Aproximación por difusión de procesos críticos controlados de ramificación multitypo.

Inés M. del Puerto

**Palabras clave:** Procesos de ramificación controlados, procesos de ramificación de múltiples tipos, ramificación de dos sexos, aproximación por difusión, procesos de Bessel al cuadrado.

**Mathematics Subject Classification 2020:** 60J80, 60F17

### Resumen

Los procesos de ramificación multitypo controlados (CMBP por sus siglas en inglés) son procesos estocásticos útiles para modelizar la evolución de poblaciones con diferentes tipos de individuos, donde el número de progenitores de cada tipo en una generación queda determinado por un mecanismo de control aleatorio y el número de individuos de diferentes tipos en la generación anterior. En esta charla se presenta una aproximación de difusión tipo Feller para algunos CMBP críticos. En particular, consideramos una sucesión de procesos de salto aleatorios formados a partir de un CMBP crítico con distribuciones de control que tienen esperanzas que satisfacen una especie de supuesto de linealidad. Se prueba que tal sucesión converge débilmente hacia un proceso de Bessel al cuadrado sustentado por un rayo determinado por un

vector propio de una matriz relacionada con la matriz media de la descendencia y las distribuciones de control del proceso de ramificación en cuestión.

Este resultado extiende el trabajo de González et al. [1] al caso multitypo. Como casos particulares, se pueden obtener el resultado para el procesos multitypos con inmigración (véase Ispány and Pap [2]) y una aproximación por difusión Feller de un procesos de dos sexos promiscuo con inmigración. Los resultados están publicados en [3]. Este es un trabajo conjunto con Mátyás Barcy, Miguel González y Pedro Martín-Chávez.

Agradecimientos: Esta investigación se enmarca dentro del proyecto de investigación PID2019-108211GB-I00, subvencionado por MICIU/AEI/10.13039/501100011033.

## Referencias

- [1] M. GONZÁLEZ, P. MARTÍN-CHÁVEZ AND I. DEL PUERTO. Diffusion approximation of controlled branching processes using limit theorems for random step processes. *Stoch. Models*, **39** (1) (2023), 232–248.
- [2] M. ISPÁNY AND G. PAP. Asymptotic Behavior of Critical Primitive Multi-Type Branching Processes with Immigration. *Stoch. Anal. Appl.*, **32** (5) (2014), 727–741.
- [3] M. BARZCY, M. GONZÁLEZ, P. MARTÍN-CHÁVEZ AND I. DEL PUERTO. Diffusion approximation of critical controlled multi-type branching processes. *Rev. Real Acad. Cienc. Exactas Fis. Nat. Ser. A-Mat.* **118** (2024), 101.

Universidad de Extremadura  
06006, Badajoz, España  
idelpuerto@unex.es

## Cómo el fenómeno de inactividad puede modificar las genealogías

Arno Siri-Jégousse

**Palabras clave:** Modelo de Cannings, inactividad (dormancy), coalescentes, tiempos de mezcla

**Mathematics Subject Classification 2020:** 92D10, 60F05, 60G10, 60J05, 60J90, 92D25

## Resumen

Los modelos de Cannings y sus modificaciones son un tema importante en la genética de poblaciones. Además, en las últimas décadas, el estudio de la inactividad (dormancy o seed bank effect en inglés) ha recibido una considerable atención. En esta charla, exploraremos la construcción de un grafo aleatorio que nos permita incorporar los procesos de ancestro y frecuencia de un modelo de Cannings con un efecto de inactividad, y estudiar la relación de dualidad de los procesos hacia adelante y hacia atrás. Utilizando esta dualidad y teoremas de límite, también estudiaremos cómo el efecto seed bank modifica esos procesos y transforma las difusiones y los coalescentes que surgirían en los modelos de Cannings clásicos con una población que crece hasta el infinito.

## Referencias

- [1] A, GONZÁLEZ-CASANOVA, L. PEÑALOZA, A. SIRI-JÉGOUSSE. Seed bank Cannings graphs: How dormancy smoothes random genetic drift *ALEA Lat. Am, J. Probab. Math. Stat.* 2023.

Universidad Nacional Autónoma de México  
Ciudad de México  
arno@sigma.iimas.unam.mx

## 6.23. S23 Innovaciones en Educación Matemática y Divulgación

VI Encuentro Conjunto RSME-SMM

València, 1-5 de Julio de 2024

Sesión Especial “Innovaciones en Educación Matemática y Divulgación”

Organizadores:

**Mari Carmen Perea Marco**, Universidad Miguel Hernández de Elche,

perea@umh.es

**Luis Miguel García Velázquez**, Universidad Nacional Autónoma de México,

luismgarcia@enesmorelia.unam.mx

## Estadística en Educación STEAM: Propuesta con ANOVA y Evaluación de Habilidades Extendidas de Hoffer

Carmen Perea

**Palabras clave:** Estadística, STEAM, ANOVA, evaluación, Hoffer, Rstudio, Python

**Mathematics Subject Classification 2020:** 97K80, 97M50

### Resumen

Diariamente aplicamos la estadística en nuestras vidas sin darnos cuenta, ya sea en nuestras compras semanales para evitar la escasez o el exceso de alimentos, al elegir la fecha de un viaje para que sea más económico y con menos tráfico, o al decidir estudiar una carrera determinada por las oportunidades profesionales que ofrece. Estas decisiones son el resultado de análisis basados en la experiencia y en la información recopilada en situaciones similares.

La estadística nos permite recopilar datos sobre cualquier tema, organizarlos para comprenderlos mejor y tomar decisiones más efectivas. Hoy en día, se ha convertido en un método eficaz para describir con precisión los valores de datos económicos, políticos, sociales, psicológicos, biológicos o físicos, y actúa como una herramienta para relacionar y analizar estos datos. Además, está presente en la ciencia, la tecnología, la ingeniería y el diseño, ya que la mayoría de los programas de educación superior STEAM (Ciencia, Tecnología, Ingeniería, Arte y Matemáticas) incluyen en sus planes de estudio de primer año asignaturas que introducen conocimientos básicos de estadística, tanto descriptiva como inferencial.

En este estudio, destacamos la estrecha relación entre la estadística y la estrategia STEAM. Asimismo, se presentan las herramientas necesarias para implementarla en el aula a través de una experiencia de aprendizaje y la resolución de algunos ejemplos básicos de ANOVA de un factor (Análisis de Varianza) aplicados en diferentes contextos del mundo real. Además, se propone un instrumento de evaluación basado en las habilidades de Hoffer, extendidas al modelo de aprendizaje de van Hiele.

Este es un trabajo conjunto con Belén Pérez-Sánchez y Juan Roldán Zafra.

## Referencias

- [1] D. SISSO, N. BASS, AND I. WILLIAMS. Teaching one-way ANOVA with engaging NBA data and R Shiny within a flexdashboard. *Teaching Statistics* **45**(2), 59–126, 2023. <https://doi.org/10.1111/test.12332>
- [2] B. TABACHNICK AND L. FIDELL. *Experimental designs using ANOVA*. Thompson Brooks/Cole, 2007.
- [3] E. THERAN. Pensamiento geométrico, teoría de Van Hiele y tecnologías computacionales. *Computer and Electronic Sciences: Theory and Applications* **2**(1), 39–50, 2021. <https://doi.org/10.17981/cesta.02.01.2021.04>
- [4] L. THIBAUT, H. KNIPPRATH, W. DEHAENE, AND F. DEPAEPE. Integrated STEM education: A systematic review of instructional practices in secondary education. *European Journal of STEM Education* **3**(1), 2, 2018. <https://doi.org/10.20897/ejsteme/85525>

Universidad Miguel Hernández de Elche  
03202 Elche, Spain  
[perea@umh.es](mailto:perea@umh.es)

## Educación Matemática con perspectiva.

Anabel Forte Deltell

**Palabras clave:** Sentido Socioafectivo, Educación, Empatía, Género

**Mathematics Subject Classification 2020:** 00A35

## Resumen

Aunque muchas veces pensamos que las matemáticas son una temática neutra, investigaciones recientes muestran como muchas personas sufren de ansiedad a la hora de enfrentarse a esta disciplina. En esta charla, se abordará la necesidad y la importancia de integrar una perspectiva socioafectiva en la educación matemática, destacando cómo esta inclusión puede transformar la experiencia educativa y promover una mayor equidad. Exploraremos cómo podemos llevar a cabo un cambio hacia métodos más inclusivos y empáticos de los que se benefician todo el estudiantado.

En particular, analizaremos las barreras y los estereotipos de género que afectan la participación y el rendimiento en matemáticas, especialmente entre las niñas y las mujeres. Estudios recientes muestran que la ansiedad ante las matemáticas es significativamente mayor en las chicas, lo que impacta negativamente en su desempeño y en su interés por las disciplinas STEM (Ciencia, Tecnología, Ingeniería y Matemáticas). Discutiremos estrategias pedagógicas diseñadas para crear un ambiente de aprendizaje más inclusivo y equitativo, que aborden y mitiguen esta ansiedad.

Universitat de València  
46100, Burjassot, Spain  
[anabel.forte@uv.es](mailto:anabel.forte@uv.es)

## Matemagia y matemática recreativa como punto de apoyo para la divulgación

Fernando Blasco

**Palabras clave:** Matemática recreativa, divulgación, educación no formal

**Mathematics Subject Classification 2020:** 00A08, 97M10

## Resumen

Este trabajo presenta la matemática recreativa como un modo de introducir conceptos matemáticos de un modo accesible, tanto para público general como para estudiantes que se acercan por vez primera a un tema. La magia tiene la peculiaridad de que los que ven un juego quieren saber cómo se hace y ese es el momento adecuado para introducir las matemáticas que aparecen en los juegos mostrados. Se pone de manifiesto que históricamente la matemática recreativa ha dado lugar a resultados de investigación en matemáticas. Propondremos ejemplos prácticos que muestren cómo introducir determinados conceptos utilizando estas técnicas.

## Referencias

- [1] F. BLASCO. Fun sharpens the mind: How simple problems bring us closer to complex mathematical theories. *Metode Science Studies Journal* **1**(120), 64–71, 2024.
- [2] P. DIACONIS AND R. GRAHAM. *Magical Mathematics: The Mathematical Ideas that Animate Great Magic Tricks*.
- [3] D. SINGMASTER. *Adventures in recreational mathematics (vol. I & II)*. World Scientific, Singapore, 2021.

ETSI Montes, Forestal y del Medio Natural. Universidad Politécnica de Madrid  
E-28040, Madrid, Spain  
fernando.blasco@upm.es

## Matemáticas en el Aire: amplificando la pasión por las Matemáticas a través de la Radio

Santiago García Cremades

**Palabras clave:** Divulgación matemática, Narrativa radiofónica, Educación accesible

**Mathematics Subject Classification 2020:** 97D40, 97M60, 97U80, 00A06

## Resumen

“Raíz de 5” es más que un simple programa de radio; es una plataforma que transforma la educación matemática en una aventura accesible y cautivadora para más de 50 mil oyentes semanales en Radio 5 de Radio Nacional de España y más de 20 mil oyentes mensuales en plataformas digitales. Este programa semanal, presentado por Santi García Cremades, y con colaboradores de lujo, como Anabel Forte, Javier Santaolalla o Antonio Pérez Sanz, mezcla historia, entrevistas y curiosidades, llevando al oyente desde la mente de Pitágoras hasta la complejidad del caos con un toque de humor y música.

En esta ponencia, exploraremos cómo “Raíz de 5” ha logrado ampliar el interés y la comprensión de las matemáticas más allá de las aulas, utilizando el poder de la narrativa radiofónica para capturar la imaginación de su audiencia. Discutiremos las estrategias detrás de la presentación de temas complejos de manera entretenida y accesible, y cómo estas técnicas pueden ser un modelo inspirador para educadores y divulgadores matemáticos. Este enfoque no solo educa sino que también despierta una pasión por las matemáticas, demostrando que el aprendizaje puede ser tanto divertido como informativo.

Universidad Miguel Hernández de Elche  
03202 Elche, Spain  
jose.garciac@umh.es; santigarciac85@gmail.com

## Divulgar en tiempos del JCR.

Anabel Forte Deltell

**Palabras clave:** Divulgación, Estadística, Matemáticas, Publicaciones

**Mathematics Subject Classification 2020:** 01A80

### Resumen

En la academia actual, dominada por la cultura del "Publica o Perece"(Publish or Perish), la presión por alcanzar publicaciones en revistas de alto índice de impacto se ha convertido en una constante. Sin embargo, este enfoque a menudo limita la accesibilidad del conocimiento generado, reservándolo para audiencias especializadas y dejando de lado la importancia de la divulgación científica. Pero, ¿por qué es importante divulgar? En esta charla indagaremos en cuáles son los beneficios de hacer la ciencia más accesible al público en general, incluso dentro de un sistema que valora predominantemente las métricas de citación como el Journal Citation Reports (JCR).

Discutiremos cómo la divulgación efectiva no solo amplía el alcance del conocimiento científico, sino que también fortalece el vínculo entre la comunidad académica y la sociedad, creando referentes y, con ello, nuevas vocaciones. Abordaremos estrategias para comunicar de manera clara y atractiva, sin sacrificar la rigurosidad científica, y consideraremos el papel de las nuevas tecnologías y las redes sociales en la difusión del conocimiento.

Universitat de València  
46100, Burjassot, Spain  
anabel.forte@uv.es

## Taller STEAM: un mundo fractal

Carmen Perea

**Palabras clave:** STEAM, fractales, educación matemática

**Mathematics Subject Classification 2020:** 97K30, 97M50, 68U05, 28A80

### Resumen

En el taller "Un Mundo Fractal" se exploran y experimentan los fractales desde diversas perspectivas y metodologías dentro del enfoque STEAM (Ciencia, Tecnología, Ingeniería, Arte y Matemáticas). A través de actividades prácticas como la construcción de fractales famosos (Curva de Koch, Triángulo de Sierpinski), la simulación de fractales en la naturaleza, y la exploración del arte fractal, los participantes desarrollan una comprensión profunda de estos patrones geométricos complejos. Además, se investigan conceptos matemáticos avanzados como la dimensión fractal y se aplican herramientas tecnológicas como GeoGebra para modelar y analizar fractales. Este enfoque integrador no solo facilita el aprendizaje matemático, sino que también promueve la creatividad y el pensamiento crítico entre los estudiantes.

## Referencias

- [1] B. B. MANDELBROT. *The Fractal Geometry of Nature*. W.H. Freeman and Company, 1983.
- [2] FRACTAL FOUNDATION. Introduction to Fractals. <https://fractal.foundation.org/resources/what-are-fractals/>
- [3] L. THIBAUT, H. KNIPPRATH, W. DEHAENE, AND F. DEPAEPE. Integrated STEM education: A systematic review of instructional practices in secondary education. *European Journal of STEM Education* **3**(1), 2, 2018. <https://doi.org/10.20897/ejsteme/85525>

Universidad Miguel Hernández de Elche  
03202 Elche, Spain  
[perea@umh.es](mailto:perea@umh.es)

## 7. Pósteres

### Sobre la regularidad de las soluciones a un problema de Neumann ligeramente subcrítico

Edgar Alejandro Antonio Martínez

**Palabras clave:** Regularidad elíptica, Estimación de Giorgi-Nash-Moser, Encajes de Sobolev, Desigualdad de Holder.

**Mathematics Subject Classification 2020:** 35J66, 35J25, 35J61

#### Resumen

Consideremos el siguiente problema elíptico

$$\begin{cases} -\Delta u + u = f(x, u), & x \in \Omega, \\ \frac{\partial u}{\partial \eta} = f_B(x, u), & x \in \partial\Omega, \end{cases} \quad (2)$$

donde  $\Omega \subset \mathbb{R}^N$  ( $N > 2$ ) es un dominio abierto y acotado con  $C^{2,\alpha}$  ( $0 < \alpha < 1$ ) límite  $\partial\Omega$ ,  $\partial/\partial\eta := \eta(x) \cdot \nabla$  denota la derivada normal externa en  $\partial\Omega$ , y el término de reacción no lineal  $f : \Omega \times \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$  y  $f_B : \partial\Omega \rightarrow \mathbb{R}$  son funciones de Carathéodory *ligeramente subcríticas*, en otras palabras, satisfacen

$$|f(x, s)| \leq |a(x)| \tilde{f}(s) \quad \text{y} \quad |f_B(x, s)| \leq |a_B(x)| \tilde{f}_B(s)$$

con  $a, a_B \in L^\infty(\Omega)$  y  $\tilde{f}, \tilde{f}_B : \mathbb{R} \rightarrow [0, +\infty)$  son continuo y también

$$\lim_{|s| \rightarrow \infty} \frac{\tilde{f}(s)}{|s|^{2^*-1}} = 0 \quad \text{y} \quad \lim_{|s| \rightarrow \infty} \frac{\tilde{f}_B(s)}{|s|^{2^*-1}} = 0$$

donde  $2^* = \frac{2N}{N-2}$  es el exponente crítico de Sobolev y  $2_* = \frac{2(N-1)}{N-2}$  es el exponente crítico en el sentido de la huella.

A través de un esquema de iteración de De Giorgi-Nash-Moser, se sabe que las soluciones débiles a (2) con crecimiento crítico están en  $L^\infty(\Omega)$ .

Nuestra contribución es proporcionar una estimación explícita  $L^\infty(\Omega)$  de soluciones débiles con crecimiento ligeramente subcrítico, en términos de potencias de sus normas  $H^1(\Omega)$ . Nuestro método combina la regularidad elíptica de soluciones débiles con la desigualdad de interpolación de Gagliardo-Nirenberg. Este es un trabajo conjunto con Rosa María Pardo San Gil y Jorge Sánchez Ortiz.

#### Referencias

- [1] R. Pardo.  $L^\infty(\Omega)$  a priori estimates for subcritical semilinear elliptic equations with a Carathéodory nonlinearity. *Journal of Fixed Point Theory and Applications*. 25 – 44, (2023).

- [2] G. Marino, P. Winkert . Moser iteration applied to elliptic equations with critical growth on the boundary. *Nonlinear Analysis. Theory, Methods & Applications. An International Multidisciplinary Journal.* (2019), 154–169
- [3] Struwe, M.: *Variational Methods*, vol. 34 of *Ergebnisse der Mathematik und ihrer Grenzgebiete. 3. Folge. A Series of Modern Surveys in Mathematics [Results in Mathematics and Related Areas. 3rd Series. A Series of Modern Surveys in Mathematics]*. Springer, Berlin, 4th edn, (2008). Applications to Nonlinear Partial Differential Equations and Hamiltonian Systems.

Universidad Autónoma de Guerrero, Chilpancingo de los Bravos, Guerrero, México  
 eaam020713@gmail.com, rpardo@ucm.es, jsanchez@uagro.mx

## Iteradas de operadores de composición en espacios globales de funciones ultradiferenciables

Héctor Ariza

**Palabras clave:** Operador de composición, Espacios de Gelfand-Shilov.

**Mathematics Subject Classification 2020:** 47A75, 47B33, 47B37

### Resumen

El objetivo principal es estudiar el comportamiento de las iteradas de operadores de composición  $C_\psi$  actuando sobre espacios de funciones ultradiferenciables definidos mediante estimaciones globales y que son invariantes por la transformada de Fourier, siendo  $\psi$  un polinomio. Inicialmente, se caracterizan los polinomios  $\psi$  para los cuales la sucesión de iteradas del operador de composición asociado  $C_\psi$  es equicontinua entre diferentes espacios de Gelfand-Shilov. Para el caso particular donde la función peso  $\omega$  es equivalente a una potencia del logaritmo, el resultado obtenido caracteriza los polinomios  $\psi$  para los cuales el operador de composición asociado  $C_\psi$  es de potencia acotada en  $\mathcal{S}_\omega(\mathbb{R})$ . A continuación, procedemos a estudiar el problema de la convergencia de las series de Neumann, deduciendo la continuidad del operador resolvente entre dos clases de Gelfand-Shilov diferentes para polinomios  $\psi$  que carecen de puntos fijos. En relación al caso de los polinomios de grado dos, el ejemplo más interesante es cuando el polinomio tiene solo un punto fijo: proporcionamos algunas restricciones sobre los índices  $d, d'$  que son necesarias para que el operador resolvente sea continuo entre las clases de Gelfand-Shilov  $\Sigma_d$  y  $\Sigma_{d'}$ .

Este es un trabajo conjunto con Carmen Fernández Rosell y Antonio Galbis Verdú.

### Referencias

- [1] Ariza, H., Fernández, C., Galbis, A.: *Composition operators on Gelfand-Shilov classes* *J. Math. Anal. Appl.* **531**, 127869 (2024)
- [2] Ariza, H., Fernández, C., Galbis, A.: *Iterates of composition operators on global spaces of ultradifferentiable functions*. Preprint. ArXiv. <https://arxiv.org/pdf/2405.17033>

Universidad Politécnica de Valencia, Departamento de Matemática Aplicada, Edificio 7A, 2a planta, Camino de Vera s/n, Valencia, 46022, Valencia, España.  
E-23700, Málaga, Spain  
harirem@upvnet.upv.es

## La 3-esfera obtenida por cirugía en 3-trenzas puras cerradas

Lorena Armas Sanabria

**Palabras clave:** Trenza pura cerrada, enlace fuertemente invertible, cirugía de Dehn, 3-esfera

**Mathematics Subject Classification 2020:** 57K10, 57M12

### Resumen

Sea  $P(3)$  el grupo de 3-trenzas puras, y sea  $L(3)$  el conjunto de enlaces obtenidos como cerraduras de estas trenzas. En un trabajo anterior, titulado *The Hexatangle* [1], consideramos una subfamilia de enlaces en  $L(3)$  y determinamos en cuales de estos hay una cirugía de Dehn que produce la 3-esfera. Lo anterior se realizó usando el hecho de que estos enlaces son fuertemente invertibles y usando cubiertas dobles ramificadas y la teoría de ovillos. En este póster presentaremos una extensión de este resultado para otra familia de enlaces fuertemente invertibles contenida en  $L(3)$ . Este es un trabajo conjunto con Mario Eudave Muñoz

### Referencias

- [1] L. ARMAS-SANABRIA AND M. EUDAVE-MUÑOZ. The hexatangle. *Topology Appl.* **156**(6), 1037–1053, 2009.

CONAHCYT y Centro de Investigación en Ciencias  
Universidad Autónoma del Estado de Morelos  
62210, Cuernavaca, Morelos, México  
lorenaarmas089@gmail.com

## Propiedades ergódicas de los operadores de Cesàro generalizados en espacios de sucesiones de tipo (LF) y (PLB)

Vicente Asensio López

**Palabras clave:** Operador de Cesàro generalizado, espectro, acotación en potencias, ergodicidad en media uniforme, superciclicidad, espacios de sucesiones, espacio (LF), espacio (PLB)

## Resumen

En este trabajo introducimos límites inductivos de los espacios de Fréchet  $\ell(p+)$ ,  $ces(p+)$ ,  $d(p+)$  con  $1 \leq p < \infty$ , y los límites proyectivos de los espacios (LB)  $\ell(p-)$ ,  $ces(p-)$ ,  $d(p-)$  con  $1 < p \leq \infty$ . Después de establecer algunas propiedades topológicas de éstos, demostramos que los operadores de Cesàro generalizados  $C_t$  (con  $0 \leq t \leq 1$ ) actúan de manera continua en estos espacios de sucesiones, y también determinamos su espectro. En último lugar, estudiamos propiedades ergódicas de estos operadores tales como la acotación en potencias o la ergodicidad en media (uniforme) de estos operadores actuando en los espacios anteriormente mencionados.

Este es un trabajo conjunto con Angela A. Albanese.

## Referencias

- [1] A. A. ALBANESE AND V. ASENSIO Spectra and dynamics of generalized Cesàro operators in (LF) and (PLB) sequence spaces. *Positivity*, **28**, 26 pp (2024)
- [2] A. A. ALBANESE, J. BONET AND W. J. RICKER Linear operators on the (LB)-sequence spaces  $ces(p-)$ ,  $1 < p \leq \infty$ . Descriptive topology and functional analysis II, 43–67, Springer Proc. Math. Stat., vol. 286 (2019)
- [3] A. A. ALBANESE, J. BONET AND W. J. RICKER Operators on the Fréchet sequence spaces  $ces(p+)$ ,  $1 \leq p < \infty$ . *Rev. R. Acad. Cienc. Exactas Fís. Nat. Ser. A Mat. RACSAM*, **113**(2), 1533–1556 (2019)
- [4] A. A. ALBANESE, J. BONET AND W. J. RICKER Spectral properties of generalized Cesàro operators in sequence spaces. *Rev. R. Acad. Cienc. Exactas Fís. Nat. Ser. A Mat. RACSAM*, **117**(4), 33 pp (2023)

Universitat Politècnica de València  
E-46022, Valencia, Spain  
viaslo@upv.es

## Número de $\{2\}$ -dominación de grafos producto enraizado

Abel Cabrera Martínez

**Palabras clave:** Número de  $\{2\}$ -dominación, número de dominación, grafos producto enraizado

Mathematics Subject Classification 2020: 05C69, 05C76

## Resumen

Sea  $G$  un grafo con conjunto de vértices  $V(G)$ . Una función  $f : V(G) \rightarrow \{0, 1, 2\}$  se llama función  $\{2\}$ -dominante si  $\sum_{u \in N_G[v]} f(u) \geq 2$  para todo vértice  $v \in V(G)$ , donde  $N_G[v]$  representa la vecindad cerrada de  $v \in V(G)$ . El número de  $\{2\}$ -dominación de  $G$  es el peso mínimo  $\omega(f) = \sum_{u \in V(G)} f(u)$  entre

todas las funciones  $\{2\}$ -dominantes  $f$  de  $G$ . Presentamos fórmulas cerradas obtenidas para el número de  $\{2\}$ -dominación de cualquier grafo producto enraizado. En particular, mostramos que en este producto de grafos, este parámetro solo puede alcanzar seis valores posibles, los cuales dependen de algunos parámetros de dominación de los grafos factores involucrados en el producto. Finalmente, presentamos las caracterizaciones de los grafos producto enraizado que satisfacen cada uno de los seis posibles valores.

Este es un trabajo conjunto con Andrea Conchado Peiró y Juan Manuel Rueda Vázquez.

Universidad de Córdoba  
 Departamento de Matemáticas, Córdoba, Spain  
 acmartinez@uco.es

## Subfuntores y estructuras exactas

Juan Camilo Cala Barón

**Palabras clave:** categoría exacta, categoría abeliana, grupos de extensión, subfuntor, homología relativa.

**Mathematics Subject Classification 2020:** 18E05, 18E10, 18G25

### Resumen

A partir de una categoría exacta (en el sentido de Quillen)  $(\mathcal{C}, \mathcal{E})$  se define el bifuntor aditivo

$$\text{Ext}_{\mathcal{E}}^1(-, -): \mathcal{C}^{\text{op}} \times \mathcal{C} \rightarrow \text{Ab}.$$

Un subobjeto  $F$  de  $\text{Ext}_{\mathcal{E}}^1(-, -)$  es llamado un *subfuntor* y asociado a  $F$  hay inducida una clase de sucesiones exactas  $\mathcal{E}_F \subseteq \mathcal{E}$ . Si  $F$  es semiexacto en cada variable sobre la clase  $\mathcal{E}_F$ , se dice que  $F$  es un *subfuntor cerrado*. En [8], se prueba que la asignación  $F \mapsto \mathcal{E}_F$  define una correspondencia biyectiva entre

$$\{\text{subfuntores cerrados de } \text{Ext}_{\mathcal{E}}^1(-, -)\} \longleftrightarrow \{\text{subestructuras exactas de } (\mathcal{C}, \mathcal{E})\}. \quad (3)$$

El objetivo es mostrar el desarrollo histórico de la teoría que hay detrás de la biyección (3), así como también la manera en que los avances teóricos han permitido relacionar, en general, subfuntores  $F$  de  $\text{Ext}_{\mathcal{E}}^1(-, -)$  y ciertas subclases de  $\mathcal{E}$ .

### Referencias

- [1] M. AUSLANDER AND Ø. SOLBERG. Relative homology and representation theory I: Relative homology and homologically finite subcategories. *Communications in Algebra* **21**(9), 2995–3031, 1993.
- [2] A. B. BUAN. Closed subbifunctors of the extension functor. *Journal of Algebra* **244**(1), 407–428, 2001.
- [3] D. A. BUCHSBAUM. A note on homology in categories. *Annals of Mathematics* **69**(1), 66–74, 1959.
- [4] T. BÜHLER. Exact categories. *Expositiones Mathematicae* **28**(1), 1–69, 1959.
- [5] R.-L. BAILLARGEON, T. BRÜSTLE, M. GORSKY AND S. HASSOUN. On the lattices of exact and weakly exact structures. *Journal of Algebra* **612**(1), 77–109, 2022.

- [6] X. H. FU, P. A. GUIL ASENSIO, I. HERZOG AND B. TORRECILLAS. Ideal approximation theory. *Advances in Mathematics* **244**(1), 750–790, 2013.
- [7] M. BUTLER AND G. HORROCKS. Classes of extensions and resolutions. *Philosophical Transactions of the Royal Society of London. Series A, Mathematical and Physical Sciences* **254**, 155–222, 1961.
- [8] P. DRÄXLER, I. REITEN, S. SMALØ AND Ø. SOLBERG. Exact categories and vector space categories (with an Appendix by B. Keller). *Transactions of the American Mathematical Society* **351**(2), 647–682, 1999.

Facultad de Ciencias, Universidad Nacional Autónoma de México, UNAM  
 Ciudad de México, México  
 jccalab@gmail.com

## Polinomios corchete: caso clásico vs caso ligado

O’Bryan Cárdenas-Andaur

**Palabras clave:** Enlaces ligados, Polinomio de Jones, Suma de estados

**Mathematics Subject Classification 2020:** 57K10, 57K12, 57K14

### Resumen

En 2016, Aicardi y Juyumaya introdujeron los enlaces ligados como una generalización de los enlaces clásicos [1]. Dos años más tarde, en 2018, presentaron el invariante  $\langle\langle \cdot \rangle\rangle$ , el cual extiende el corchete de Kauffman [3] y permite la generalización del polinomio de Jones [4] para los enlaces ligados [2]. El objetivo de este trabajo es presentar un nuevo resultado sobre la invarianza de  $\langle\langle \cdot \rangle\rangle$ , así como proporcionar fórmulas explícitas para el cálculo de este invariante.

### Referencias

- [1] F. AICARDI AND J. JUYUMAYA. Tied links. *Journal of Knot Theory and its Ramifications* **25**(9), 1–28, 2016.
- [2] F. AICARDI AND J. JUYUMAYA. Kauffman type invariants for tied links. *Mathematische Zeitschrift* **289**(1-2), 567–591, 2018.
- [3] L. H. KAUFFMAN. State models and the jones polynomial. *Topology* **26**(3), 395–407, 1987.
- [4] V. F. R. JONES. A polynomial invariant for knots via Von Neumann algebras. *Bulletin of the American Mathematical Society* **12**(1), 103–111, 1985.

Universidad de Sevilla  
 E-41012, Sevilla, Spain  
 obryan.cardenas@uv.cl

# Homología de Khovanov de 3-trenzas positivas cerradas

Álvaro del Valle Vílchez

**Palabras clave:** Enlaces, Trenzas, Homología de Khovanov

**Mathematics Subject Classification 2020:** 57K10, 20F36, 57K18

## Resumen

En 2000, Mikhail Khovanov introdujo el primer invariante homológico de enlaces, a día de hoy conocido como homología de Khovanov. Con las técnicas actuales, realizar cálculos de la homología de Khovanov de un enlace cualquiera de manera eficiente supone un reto.

En este trabajo nos restringiremos a los enlaces que son clausura de trenzas positivas de 3 cuerdas. Estableceremos un criterio que permite determinar todos los grupos de homología de Khovanov de grado homológico  $i = 0, 1, \dots, 4\lfloor p/2 \rfloor + 3$  de cualquier trenza de ínfimo  $p \geq 0$  cerrada.

## Referencias

- [1] A. CHANDLER, A. M. LOWRANCE, R. SAZDANOVIĆ AND V. SUMMERS. Torsion in thin regions of Khovanov homology. *Canadian Journal of Mathematics*, **74**(3), 630–654, 2022.
- [2] J. GONZÁLEZ-MENESES, P. M. G. MANCHÓN AND M. SILVERO. A geometric description of the extreme Khovanov cohomology. *Proceedings of the Royal Society of Edinburgh: Section A Mathematics*, **148**(3), 541–557, 2018.
- [3] T. C. JAEGER. Topics in link homologies. PhD Thesis, 2011.
- [4] J. H. PRZYTICKI, AND R. SAZDANOVIĆ. Torsion in Khovanov homology of semi-adequate links. *Fundamenta Mathematicae*, **225**(0), 277-303, 2014.
- [5] O. VIRO. Khovanov homology, its definitions and ramifications. *Fundamenta Mathematicae*, **184**(1), 317-342, 2004.

Departamento de Álgebra de la Universidad de Sevilla  
Instituto de Matemáticas de la Universidad de Sevilla (IMUS)  
Sevilla, España  
adelvalle3@us.es

# Imaginar cuadrículadas a las superficies no compactas

Juan Pablo Díaz González

**Palabras clave:** superficies no compactas, superficies cuadrículadas, teselaciones euclidianas e hiperbólicas

**Mathematics Subject Classification 2020:** 57Q15, 57Q25, 57Q05

## Resumen

En este póster nos preguntamos sobre la posibilidad de describir a las superficies no compactas (orientables y no orientables) como modelos discretos dados como subconjuntos de cuadrados en los andamios cuadriculados 2-dimensionales de teselaciones o panales regulares con celdas cúbicas del espacio euclideo e hiperbólico de dimensión 3 y 4. Este es un trabajo conjunto con Gabriela Hinojosa y Alberto Verjovsky.

## Referencias

- [1] H.S.M. COXETER. *The Beauty of Geometry: Twelve Essays. Chapter X: Regular Honeycombs in Hyperbolic Space*. Dover Publications, New York, 1999.
- [2] J. P. DÍAZ, G. HINOJOSA AND A. VERJOVSKY. Topological surfaces as gridded surfaces in geometrical spaces. *Bol. Soc. Mat. Mex.* **27**(14), 1–21, 2021.
- [3] I. RICHARDS. On the classification of noncompact surfaces. *Trans. Am. Math. Soc.* **106**(14), 259–269, 1963.

Centro de Investigación en Ciencias, Instituto de Investigación en Ciencias Básicas y Aplicadas, Universidad Autónoma del Estado de Morelos.  
Av. Universidad 1001, Col. Chamilpa, 62209 Cuernavaca, Morelos, México  
juanpablo.diaz@uaem.mx

## Los digrafos 3 y 4-dicromáticos, con un número fijo de arcos simétricos, de orden mínimo

Juan Carlos García Altamirano

**Palabras clave:** Digrafo, Arco simétrico, Coloración acíclica, Número dicromático

**Mathematics Subject Classification 2020:** 05C20, 05C15, 05C60

## Resumen

Decimos que un digrafo  $D$  es  $r$ -dicromático si  $r$  es el mínimo número de colores de una coloración de nodos de  $D$  tal que, en  $D$  no hay ciclos dirigidos monocromáticos [1]. V. Neumann-Lara demostró que hay exactamente 4 torneos 3-dicromáticos de orden 7 no isomorfos y un único torneo 4-dicromático de orden 11 [2]. Para  $r = 3, 4$ , determinamos cuál es el orden mínimo de un digrafo  $r$ -dicromático con exactamente  $s$  arcos simétricos, para  $0 \leq s \leq \binom{r}{2}$ , y presentaremos todos los digrafos no isomorfos con esos parámetros.

Este es un trabajo conjunto con Mika Olsen.

## Referencias

- [1] V. NEUMANN-LARA. The dichromatic number of a digraph. *Journal Combinatorial Theory, Series B* **33**(3), 265–270, 1982.

- [2] V. NEUMANN-LARA. The 3- and 4-chromatic tournaments of minimum order. *Discrete Mathematics* **135**(1-3), 233–243, 1994.

Universidad Autónoma Metropolitana  
Unidad Cuajimalpa, C.P. 05348, Ciudad de México, México  
carlos\_treze@ciencias.unam.mx

## Sintonización robusta de controladores PID usando polinomios ortogonales y asignación de polos

Luis Enrique Garza Gaona

**Palabras clave:** Control robusto, polinomios ortogonales, Controladores PID

**Mathematics Subject Classification 2020:** 42C05, 93D09, 93D45

### Resumen

Proponemos un algoritmo para estabilizar robustamente una planta usando el método de asignación de polos a un controlador PID. Los polos propuestos son las raíces de ciertos polinomios robustamente estables construidos a partir de polinomios ortogonales, que dependen de ciertos parámetros. Se obtienen expresiones para las ganancias del controlador en términos de los parámetros inciertos, y se muestran algunos ejemplos. Este es un trabajo conjunto con Alejandro Arceo y José Luis Valdéz.

### Referencias

- [1] A. ARCEO, L. E. GARZA AND J. L. VALDÉZ . PID controllers robust tuning based on orthogonal polynomials and pole placement. *Int. J. Adv. Eng. Sci. Appl. Math.* Submitted (2024).

Universidad de Colima  
Colima, México  
luis\_garza1@ucol.mx

## Caracteres irreducibles y $\mathcal{F}$ -proyectores

Iris Gilabert

**Palabras clave:** Teoría de caracteres, formaciones saturadas

**Mathematics Subject Classification 2020:** 20C15, 20F17, 20F18

## Resumen

Sea  $\mathcal{F}$  una formación saturada. Los  $\mathcal{F}$ -proyectores de un grupo finito y resoluble  $G$  son los subgrupos  $H$  tales que  $HN/N$  es  $\mathcal{F}$ -maximal en  $G/N$  para todo subgrupo normal  $N$  de  $G$ . Navarro define los  $\mathcal{F}'$ -caracteres de  $G$  como un subgrupo de  $\text{Irr}(G)$  en biyección canónica con  $\text{Irr}(N_G(H)/H')$ , para cualquier  $\mathcal{F}$ -proyector  $H$  de  $G$ . Tratamos aquí algunos resultados sobre los  $\mathcal{F}'$ -caracteres, así como la respuesta a un problema planteado por Navarro. Este es un trabajo conjunto con María José Felipe y Lucía Sanus.

## Referencias

- [1] I. M. ISAACS. Carter subgroups, characters and composition series. *Trans. Amer. Math. Soc. Series B* **9**, 470–498, 2022.
- [2] G. NAVARRO. A McKay bijection for projectors. *Rev. Mat. Iberoam.* **38**(3) 1013–1028, 2022.

Universitat Politècnica de València  
E-46022, València, Spain  
igilman@upv.edu.es

## Torneos multipartitos locales

Ilán A. Goldfeder

**Palabras clave:** torneos, torneos locales, torneos multipartitos, torneos multipartitos locales

**Mathematics Subject Classification 2020:** 05C20, 05C38

## Resumen

En [1], Jørgen Bang-Jensen introdujo los torneos locales como una generalización de la clase de los torneos. Dicha clase de digráficas/digrafos preservan muchas de las propiedades de los torneos.

Hasta el momento, no se conoce una generalización análoga con respecto a los torneos multipartitos, entre otros motivos, por la dificultad para *armonizar* la naturaleza local de la defición de los torneos locales con la existencia de una partición de los vértices.

En este trabajo, proponemos una nueva familia de digráficas/digrafos que generalizan los torneos locales (extendidos) y los torneos multipartitos y que, al parecer, preservan muchas de las propiedades de ambas familias.

Este es un trabajo conjunto con Miguel Tecpa-Galván.

## Referencias

- [1] J. BANG-JENSEN. Locally semicomplete digraphs: a generalization of tournaments. *J. Graph Theory* **14**(3), 371–390, 1990.
- [2] I. A. GOLDFEDER AND M. TECPA-GALVÁN. Locally semicomplete multipartite digraphs: a generalization of both locally semicomplete digraphs and semicomplete multipartite digraphs. *Enviado*.

Departamento de Matemáticas  
Universidad Autónoma Metropolitana  
09310 Iztapalapa, Ciudad de México, México  
igoldfeder@izt.uam.mx

## Aplicación de la técnica Gemelos Digitales Híbridos para la modelización matemática de la respuesta termo-óptica del implante craneal “Window to the Brain”

Marcos Llamazares López

**Palabras clave:** Window to the Brain, laser heating, PSO, Hybrid Twins, Grammatical Evolution.

**Mathematics Subject Classification 2020:** 65N30, 80-10, 92-10

### Resumen

En esta contribución se utiliza un modelo de ecuaciones diferenciales con las ecuaciones del calor y de Beer-Lambert para simular el calentamiento láser de la prótesis craneal "Window to the Brain"[1]. El modelo se resuelve con técnicas de elementos finitos, y la calibración de parámetros se realiza mediante un algoritmo PSO. También se emplea la técnica de Gemelos Digitales Híbridos [2] y se ajusta el error con la metodología de IA de Gramáticas Evolutivas [3] con "lexicase selection", mejorando los resultados de contribuciones anteriores [4]. Este es un trabajo conjunto con Macarena Trujillo Guillén, Juan Carlos Cortés, Rafael Jacinto Villanueva Mico.

### Referencias

- [1] J.E. ALANIZ, F.G. PÉREZ-GUTIERREZ, G. AGUILAR, AND J.E. GARAY, Optical properties of transparent nanocrystalline yttria stabilized zirconia, *Optical Materials* 32(1), 62–68, 2009.
- [2] F. CHINESTA, E. CUETO, E. ABISSET-CHAVANNE, J.L. DUVAL, F.E. KHALDI, Virtual, Digital and Hybrid Twins. A new paradigm in data-based engineering and engineered data, *Archives of Computational Methods in Engineering* 27(1), 2018.
- [3] C. RYAN, M. O’NEILL, J.J. COLLINS, Handbook of Grammatical Evolution, *Springer*, 2018.
- [4] M.S.CANO-VELÁZQUEZ, J. BON, M.LLAMAZARES, S. CAMACHO-LÓPEZ, G. AGUILAR, J. HERNÁNDEZ-CORDERO AND M. TRUJILLO, Experimental and computational model approach to assess the photothermal effects in transparent nanocrystalline yttria stabilized zirconia cranial implant, *Computer Methods and Programs in Biomedicine* 221 106896, 2022.

Instituto de Matemática Multidisciplinar, Universitat Politècnica de València  
46022, València, Spain  
marllalo@upvnet.upv.es

# Un contraejemplo para la recurrencia en cadena lineal

Antoni López-Martínez

**Palabras clave:** Dinámica lineal, Recurrencia en cadena, Operadores de desplazamiento, Árboles dirigidos

**Mathematics Subject Classification 2020:** 47B37, 37B65, 37B20

## Resumen

Usando operadores de desplazamiento en árboles dirigidos, construimos operadores lineales y continuos sobre espacios de Banach (e incluso de Hilbert) cuyas restricciones a sus subespacios recurrentes en cadena no son operadores recurrentes en cadena. Este ejemplo resuelve un problema planteado en [1] por Nilson C. Bernardes Jr. y Alfred Peris sobre la propiedad de recurrencia en cadena lineal. Este póster está basado en [2], trabajo conjunto con Dimitris Papathanasiou.

## Referencias

- [1] N. C. BERNARDES JR. AND A. PERIS. On shadowing and chain recurrence in linear dynamics. *Adv. Math.* **441**(109539), 1–46, 2024.
- [2] A. LÓPEZ-MARTÍNEZ AND D. PAPATHANASIOU. Shifts on trees versus classical shifts in chain recurrence. *arXiv preprint* arXiv:2402.01377, 2024.

Universitat Politècnica de València  
46022, Valencia, Spain  
anlomar97@gmail.com

# Sistemas dinámicos en espacios multicomplejos e hiperholomorfos

Luis Gerardo Núñez-Olmedo

**Palabras clave:** Sistemas dinámicos holomorfos, funciones hiper-holomorfas, espacios multicomplejos, iteración de funciones.

**Mathematics Subject Classification 2020:** 32A10, 32H50, 37F80

## Resumen

Se presentan resultados análogos de sistemas dinámicos holomorfos de una variable compleja en un espacio de dimensión mayor. Se exponen teoremas sobre puntos fijos de sistemas dinámicos definidos primero en el espacio de números complejos para después dar proposiciones análogas en el espacio de números bicomplejos.

Posteriormente se discute de manera breve sobre la extensión de estos conceptos a espacios multicomplejos, así como a otros espacios de dimensión mayor. De aquí surge una discusión sobre posible investigación futura en la dinámica de iteración de funciones en el análisis hipercomplejo.

## Referencias

- [1] L. CARLESON AND T. W. GAMELIN. *Complex dynamics*. Springer-Verlag, 1992.
- [2] M. E. LUNA-ELIZARRARÁS, M. SHAPIRO AND D. C. STRUPPA. *Bicomplex Holomorphic Functions: The Algebra, Geometry and Analysis of bicomplex numbers*. Birkhauser, 2015.
- [3] A. A. HARKIN AND J. B. HARKIN. Geometry of Generalized Complex Numbers. *Mathematics Magazine* **77**(2), 2004.
- [4] G. B. PRICE. *An Introduction to Multicomplex Spaces and Functions*. Monographs, textbooks in pure y applied mathematics, 1990.
- [5] D. ROCHON. A Generalized Mandelbrot Set for Bicomplex Numbers. In *Fractals* 8, No. 4 , pp.355-368, 2000

Escuela Superior de Física y Matemáticas - Instituto Politécnico Nacional  
Ciudad de México, México  
lnunezo1800@alumno.ipn.mx  
l.gerardonun@gmail.com

## El álgebra $CV_0(X, A)$ de las funciones continuas pesadas con valores vectoriales

Lourdes Palacios

**Palabras clave:** Álgebras localmente  $m$ -convexas, Álgebras localmente uniformemente  $A$ -convexas, Espacios de funciones continuas vector-valuadas, Descomposición de Arens-Michael

**Mathematics Subject Classification 2020:** 46H05, 46J10, 46E25

## Resumen

Sean  $X$  un espacio de Hausdorff completamente regular,  $V$  una familia de Nachbin en  $X$ ,  $A$  un álgebra localmente convexa y  $CV_0(X, A)$  el álgebra de todas las funciones continuas pesadas definidas en  $X$  con valores vectoriales en  $A$ . Ésta es un álgebra localmente convexa con propiedades algebraicas y topológicas interesantes. Presentaremos algunas de estas propiedades que son heredadas de las correspondientes en  $A$ , a saber:  $m$ -convexidad local,  $A$ -convexidad uniforme local, completitud y descomposición de Arens-Michael, entre otras. También daremos algunas condiciones bajo las cuales  $CV_0(X) \otimes A$  es un subespacio denso de  $CV_0(X, A)$  o para las cuales su completación es isomorfa a este espacio. Adicionalmente proporcionaremos algunos ejemplos. Este es un trabajo conjunto con Pavel Ramos-Martínez (Facultad de Ciencias-UNAM) y Carlos Signoret (UAM-I).

## Referencias

- [1] L. OUBBI. Weighted Algebras of Vector-Valued Continuous Functions. *Math. Nachr.* **212**(2000), (1998), 117-133.
- [2] L. PALACIOS, P. RAMOS-MARTÍNEZ AND C. SIGNORET. On the Arens-Michael decomposition in  $CV_0(X, A)$ . *Proceedings of the International Conference on Topological Algebras and their Applications ICTAA 2021*, Mathematics Studies 8, Estonian Mathematical Society, Tartu, 109–120 (2021).
- [3] L. PALACIOS, P. RAMOS-MARTÍNEZ AND C. SIGNORET. On  $m$ -convexity in  $CV_{(0)}(X, A)$ . *Bol. Soc. Mat. Mex.*, **28**, 76 (2022).
- [4] L. PALACIOS, P. RAMOS-MARTÍNEZ AND C. SIGNORET. On some properties of  $CV_{(0)}(X, A)$ . *Acta et Commentationes Universitatis Tartuensis de Mathematica*, Volume **26**, Number 2, 2022.
- [5] L. PALACIOS, P. RAMOS-MARTÍNEZ AND C. SIGNORET. On the density of  $CV_0(X) \otimes A$  in  $CV_0(X, A)$ . *Journal of Mathematical Analysis and Applications*, Vol. **530**, Nr. 2 (2023).

Universidad Autónoma Metropolitana Iztapalapa  
Ciudad de México, MÉXICO  
pafa@xanum.uam.mx

## Integrabilidad algebraica de foliaciones polinómicas

Elvira Pérez Callejo

**Palabras clave:** Foliaciones, integral primera, superficies de Hirzebruch

**Mathematics Subject Classification 2020:** 32S65, 34C05, 14J26

## Resumen

El problema de la integrabilidad algebraica plantea la existencia de una primera integral racional de una determinada foliación definida en el plano complejo y su cálculo en caso afirmativo. Extendemos las foliaciones polinómicas a foliaciones sobre el plano proyectivo o sobre superficies de Hirzebruch y presentamos un algoritmo que da una respuesta al problema de integrabilidad algebraica conociendo el género de la primera integral racional esperada.

Utilizamos herramientas de geometría algebraica para calcular un divisor en la superficie obtenida tras explotar las singularidades dicríticas de la foliación. Este divisor nos proporciona información clave acerca de la integrabilidad algebraica de dicha foliación.

Este es un trabajo conjunto con Carlos Galindo y Francisco Monserrat.

Esta comunicación es parte de la ayuda PID2022-138906NB-C22, financiada por MICIU/AEI/10.13039/501100011033/ y FEDER/UE y de la ayuda TED2021-130358B-I00, financiada por MCIN/AEI/10.13039/501100011033 y “FEDER Una manera de hacer Europa”, así como de la ayuda GACUJIMB/2023/03 y UJI-B2021-02 financiadas por la Universitat Jaume I.

## Referencias

- [1] C. GALINDO, F. MONSERRAT AND E. PÉREZ-CALLEJO. Algebraic integrability with bounded genus. *arXiv*, 2024.
- [2] E. PÉREZ-CALLEJO. *Algebraic integrability of foliations by extension to Hirzebruch surfaces. Applications to bounded negativity*. PhD thesis, Departament de Matemàtiques, Universitat Jaume I, 2023.

Universitat Jaume I

Campus de Riu Sec, Departamento de Matemáticas & Institut Universitari de Matemàtiques i Aplicacions de Castelló, 12071, Castellón de la Plana, Spain  
callejo@uji.es

## Perturbaciones no mónicas de Christoffel para polinomios ortogonales múltiples mixtos

Manuel Mañas Baena y Miguel Rojas Rodríguez

**Palabras clave:** Polinomios ortogonales múltiples mixtos, Polinomios matriciales, Transformaciones de Christoffel

**Mathematics Subject Classification 2020:** 42C05, 33C47

## Resumen

Se consideran polinomios ortogonales múltiples mixtos y sus transformaciones de Christoffel dentro de una clase general de perturbaciones polinomiales matriciales no mónicas, en las cuales es aplicable el teorema espectral de los polinomios matriciales. Se derivan fórmulas de Christoffel en los casos en que las funciones tau permanecen no nulas, demostrando la existencia de ortogonalidad múltiple mixta perturbada siempre que estas funciones tau conserven sus valores no nulos.

## Referencias

- [1] C. Álvarez-Fernández, U. Fidalgo Prieto, and M. Mañas, *Multiple orthogonal polynomials of mixed type: Gauss–Borel factorization and the multi-component 2D Toda hierarchy*, *Advances in Mathematics* **227** (2011) 1451-1525.
- [2] A. Branquinho, A. Foulquié-Moreno, and M. Mañas, *Multiple orthogonal polynomials: Pearson equations and Christoffel formulas*, *Analysis and Mathematical Physics* **12** (2022) paper 129.
- [3] C. Álvarez-Fernández, G. Ariznabarreta, J. C. García-Ardila, M. Mañas, and F. Marcellán, *Christoffel transformations for matrix orthogonal polynomials in the real line and the non-Abelian 2D Toda lattice hierarchy*, *International Mathematics Research Notices* **2017** (2017) 128-1341.

Universidad Complutense de Madrid  
Madrid, Spain  
migroj01@ucm.es

# Analizando datos de transporte marítimo

Carlos Sevilla y Manuel Sellés

**Palabras clave:** Transporte marítimo, Comercio, Visualización de datos

**Mathematics Subject Classification 2020:** 68P05, 68P10

## Resumen

El siguiente póster se elaboró con el objetivo de sintetizar y mostrar de una manera visible datos sobre el transporte marítimo. Estos datos tratan todo tipo de ámbitos en el mar: número de trabajadores, construcción y reciclaje de barcos, influencia de puertos.

La motivación de dicho póster vino dada por el concurso de visualización de datos organizado por la RSME (Real Sociedad Matemática Española) y NTT Data (ver [1]), en el que logramos conseguir el segundo puesto. Los datos fueron proporcionados por UNCTAD (United Nations Conference on Trade and Development).

Este es un trabajo conjunto con Mar Gil.

## Referencias

[1] NOTICIA RSME. 14 de junio de 2024.

[2] UNCTADSTAD. Maritime Transport. 2024.

Universitat Politècnica de València  
E-46022, Valencia, Spain  
csevcab@teleco.upv.es  
mdgilmar@teleco.upv.es  
mselarm@teleco.upv.es

# Ciclos con cuerdas gráciles y árboles conservativos

Joaquín Tey

**Palabras clave:** grafo conservativo, grafo grácil, semidual

**Mathematics Subject Classification 2020:** 05C21, 05C78, 05C85

## Resumen

Un grafo  $G$  de tamaño  $m$  es *grácil* (graceful en inglés) si existe  $f : V(G) \rightarrow \{0, \dots, m\}$  inyectiva tal que  $\{|f(u) - f(v)|\}_{uv \in E(G)} = \{1, 2, \dots, m\}$ .

Un grafo de tamaño  $m$  es *conservativo* si admite una orientación y un etiquetado de sus aristas con números distintos en  $\{1, \dots, m\}$  tales que en cada vértice de grado al menos tres, la suma de las etiquetas de los arcos que entran y la de los arcos que salen coinciden.

En este trabajo estudiamos una relación entre los ciclos con cuerdas planos y los árboles sin vértices de grado dos. Dicha relación nos permite estudiar a los ciclos con cuerdas gráciles desde la perspectiva "más simple" del estudio de los árboles conservativos.

Además, mostramos nuevas familias de ciclos con cuerdas gráciles, y de árboles conservativos.

Este es un trabajo conjunto con Miguel Licona.

## Referencias

- [1] D. BANGE, A. BARKAUSKAS AND P. SLATER. Conservative Graphs. *Journal of Graph Theory*, **4**, 81–91, 1980.
- [2] H.J. FLEISCHNER, D.P. GELLER AND F. HARARY. Outerplanar graphs and weak duals. *J. Indian Math. Soc.*, **38**, 215–219, 1974.
- [3] I. GOLDFEDER AND J. TEY. A note on conservative galaxies, Skolem systems, cyclic cycle decompositions, and Heffter arrays. *Discrete Mathematics*, **341**, 2519–2528, 2018.
- [4] M. LICONA AND J. TEY. Conservative trees. *Discrete Mathematics*, **347**, 1–16, 2024.
- [5] A. ROSA. On certain valuations of the vertices of a graph *Theory of Graphs (International Symposium, Rome, July 1966)*, Gordon and Breach, N. Y. and Dunod Paris, 349–355, 1967.

Universidad Autónoma Metropolitana-Iztapalapa  
Ciudad de México, México  
jtey@xanum.uam.mx

## Análisis asintótico de una caminata aleatoria con refuerzo del tipo perezoso

Víctor Hugo Vázquez Guevara

**Palabras clave:** Caminata aleatoria con refuerzo, Martingalas, Teoremas Límite

**Mathematics Subject Classification 2020:** 60F05, 60F17

## Resumen

Basados en un enfoque de martingalas a tiempo discreto, presentamos el análisis asintótico de una caminata aleatoria perezosa que posee tres regímenes (difusivo, crítico y súper difusivo). En este marco, probamos versiones de la ley de los grandes números, la ley cuadrática fuerte, la ley del logaritmo iterado, el teorema central del límite casi segura y el teorema central del límite funcional en los casos difusivo y crítico. En el régimen súper difusivo se obtiene también una versión del teorema central del límite, de la ley del logaritmo iterado y de un resultado relacionado con la convergencia casi segura. Este es un trabajo conjunto con Manuel González Navarrete y Rodrigo Lambert.

## Referencias

- [1] B. BERCU. A martingale approach for the elephant random walk. *J. Phys. A: Math. Theor.* **51** 015201, 2018.
- [2] B. BERCU AND V.H. VÁZQUEZ GUEVARA. Further results on the minimal random walk. *J. Phys. A: Math. Theor.* **55**(41), 415001, 2022.
- [3] M. GONZÁLEZ-NAVARRETE AND R. HERNÁNDEZ. Reinforced random walks under memory lapses. *J. Stat. Phys.* **185**: 3, 2021.
- [4] M. GONZÁLEZ-NAVARRETE AND R. LAMBERT. Non-Markovian random walks with memory lapses. *J. Math. Phys.* **59**, 113301, 2018.
- [5] A. GUT AND U. STADTMÜLLER. Variations of the Elephant Random Walk. *J. Appl. Probab.*, **58**(3) , 805-829, 2021.

Benemérita Universidad Autónoma de Puebla  
72570, Puebla, México  
vvazquez@cfm.buap.mx

## Soluciones al Sistema de Hull-Strominger

Raquel Villacampa Gutiérrez

**Palabras clave:** Cuerdas heteróticas, compactificaciones de flujos, grupos de Lie, métricas equilibradas.

**Mathematics Subject Classification 2020:** 53C55, 53C29, 81T30

## Resumen

En 1986, Hull y Strominger estudiaron la geometría subyacente a una teoría heterótica de cuerdas con torsión no nula. Las condiciones físicas de supersimetría junto con la llamada cancelación de anomalías se traducen en un complicado sistema de EDPs sobre cierta variedad conocido en la literatura como *sistema de Strominger*. Desde entonces se han dedicado esfuerzos a encontrar soluciones a dicho sistema que, en particular, tienen la característica de generalizar las variedades Kähler Calabi-Yau.

Este grupo de investigación obtuvo las primeras soluciones explícitas a dicho sistema en 2009, basándose en ciertas construcciones sobre grupos de Lie. Desde ese momento ha dedicado parte de su investigación a encontrar nuevas soluciones al sistema de Strominger y a estudiar sus características. En este póster se presenta una recopilación de los ejemplos obtenidos, publicados en diversos artículos y se mostrarán futuras líneas de investigación.

Este es un trabajo conjunto con Antonio Otal y Luis Ugarte.

## Referencias

- [1] M. FERNÁNDEZ, S. IVANOV, L. UGARTE AND R. VILLACAMPA. Non-Kaehler heterotic string compactifications with non-zero fluxes and constant dilaton, *Comm. Math. Physics.* **288**, 677–697, 2009.
- [2] L. UGARTE AND R. VILLACAMPA. Non-nilpotent complex geometry of nilmanifolds and heterotic supersymmetry, *Asian J. Math.* **18**(2), 229–246, 2014.
- [3] L. UGARTE AND R. VILLACAMPA. Balanced hermitian geometry on 6-dimensional nilmanifolds, *Forum Math.* **27**(2), 1025–1070, 2015.
- [4] A. OTAL, L. UGARTE AND R. VILLACAMPA. Invariant solutions to the Strominger system and the heterotic equations of motion, *Nuclear Physics B.* **920**, 442–474, 2016.
- [5] A. OTAL AND L. UGARTE. Six dimensional homogeneous spaces with holomorphically trivial canonical bundle, *J. Geom. Phys.* **194**, 2023

Universidad de Zaragoza - IUMA  
Facultad de Ciencias, Campus San Francisco, Zaragoza, Spain  
raquelvg@unizar.es

## Cómo trasladarse en la CDMX sin morir en el intento: rutas con bajo riesgo criminal y por contaminación

Luis Fernando Villagomez Canela

**Palabras clave:** Optimización, Multi-Objetivo, Rutas

**Mathematics Subject Classification 2020:** 00A69, 65K05

## Resumen

En la CDMX la contaminación atmosférica puede llegar a ser muy alta lo que causa problemas respiratorios en la ciudadanía. Así mismo existen zonas peligrosas en la ciudad que causan que ciertas rutas no sean deseables. En este trabajo exploramos como minimizar simultáneamente ambos riesgos utilizando el algoritmo de Dijkstra. Este es un trabajo conjunto con la Dra. Adriana Lara López

## Referencias

- [1] A. RAM, S. JALAL, A.S. JALAL AND M. KUMAR. A density based algorithm for discovering density varied clusters in large spatial databases. In *International Journal of Computer Applications* **3**(6), 1-4, 2010.
- [2] B.H. KORTE AND J. VYGEN. *Combinatorial optimization*. Springer, Berlin, 2011.
- [3] G. BOEING Modeling and Analyzing Urban Networks and Amenities with OSMnx. In *Working Paper*. At <https://geoffboeing.com/publications/osmnx-paper/>. 1-16. 2024

Instituto Politécnico Nacional  
CP 07738, Ciudad de México, México  
lvillagomez1500@alumno.ipn.mx