

Puntos singulares de aplicaciones diferenciables: aspectos topológicos

Juan J. Nuño-Ballesteros

Palabras clave: Singularidades, clasificación topológica

Mathematics Subject Classification 2020: 58K15, 58K40, 58K65

Resumen

El objetivo principal de la teoría de singularidades de aplicaciones diferenciables es describir el comportamiento cualitativo de una aplicación diferenciable $f: X \rightarrow Y$ entre variedades, en un entorno de un punto singular $y \in Y$. Dado que se trata de un problema local, podemos suponer, después de tomar cartas en las variedades, que $X = \mathbb{R}^n$ e $Y = \mathbb{R}^p$. Según resultados clásicos de R. Thom y de T. Fukuda, si las singularidades son razonablemente buenas (por ejemplo, son finitamente determinadas), la clasificación topológica es un problema discreto y viene dada básicamente por el link de la singularidad. Dicho link se obtiene al intersectar la imagen de la aplicación con una esfera suficientemente pequeña y da lugar a una aplicación topológicamente estable (o estable, si estamos en las buenas dimensiones de Mather) cuyas singularidades son bien conocidas. Cuando $n \leq p$, el link es una aplicación entre esferas $\gamma: S^{n-1} \rightarrow S^{p-1}$ y f es topológicamente equivalente al cono sobre el link. Cuando $n > p$, la situación es más complicada, ya que el link es una aplicación $\gamma: M \rightarrow S^{p-1}$, siendo M una $(n-1)$ -variedad con borde y además, es necesario considerar una versión generalizada del cono. Analizaremos algunos casos particulares en bajas dimensiones, donde los modelos combinatorios combinatorios son bien conocidos en Geometría Computacional, como por ejemplo, la palabra de Gauss o el grafo de Reeb.

Referencias

- [1] D. MOND, DAVID AND J. J. NUÑO-BALLESTEROS. *Singularities of mappings—the local behaviour of smooth and complex analytic mappings* Grundlehren Math. Wiss., 357, Springer, Cham, 2020.
- [2] E. B. BATISTA, J. C. F. COSTA AND J. J. NUÑO-BALLESTEROS. The cone structure theorem *Int. Math. Res. Not.*, no. 13, 9786–9801, 2021.
- [3] J. J. NUÑO-BALLESTEROS, J. J., Combinatorial models in the topological classification of singularities of mappings, *Springer Proc. Math. Stat.*, 222, Springer, Cham, 3–49, 2018.

Universitat de València
Departament de Matemàtiques, València, Spain
Juan.Nuno@uv.es